§2 程序与系统模型

§2.5 自动售茶机模型

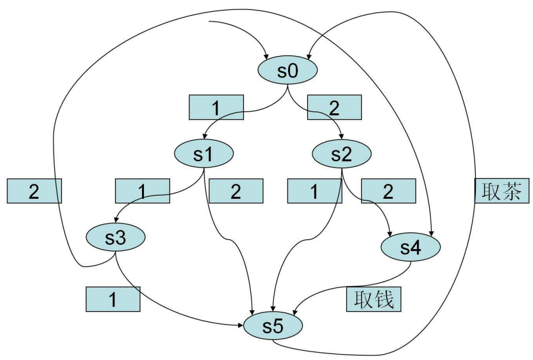


图 1 自动售茶机模型

标号迁移系统

自动售茶机的模型 $\langle \Sigma, S, \Delta, I \rangle$

- $\Sigma = \{1, 2, QuQian, QuCha\}$
- $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$
- $\Delta = \{(s_0, 1, s_1), (s_0, 2, s_2), (s_1, 1, s_3), (s_1, 2, s_5),$ $(s_2, 1, s_5), (s_2, 2, s_4), (s_3, 1, s_5), (s_3, 2, s_4),$ $(s_4, QuQian, s_5), (s_5, QuCha, s_0)\}$
- $I = \{s_0\}$

双标号迁移系统

q_0	下一个动作是投钱	
q_1	下一个动作是取钱	
q_2	下一个动作是取茶	
p_i	所投钱币的总值为 i	$i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

这样我们就有：

$$
\begin{array}{l}
L(s_0) = \{p_0, q_0\} \\
L(s_1) = \{p_1, q_0\} \\
L(s_2) = \{p_2, q_0\} \\
L(s_3) = \{p_2, q_0\} \\
L(s_4) = \{p_4, q_1\} \\
L(s_5) = \{p_3, q_2\}
\end{array}
$$

§2.6 火车进站控制

交错迁移系统

设 $M = \langle \Sigma, S, \Delta, I \rangle$ 其中

- $\Sigma = \{train, ctr\}$

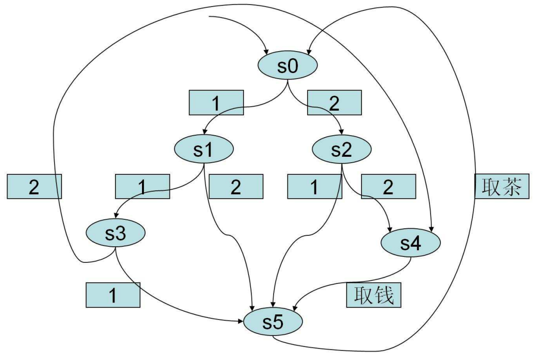


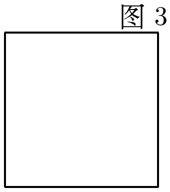
图 2 火车进站控制模型

- $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$
- Δ 的定义如下：

$$\begin{aligned}
\Delta(s_0, train) &= \{\{s_0\}, \{s_1\}\} \\
\Delta(s_0, ctr) &= \{\{s_0, s_1, s_2, s_3\}\} \\
\Delta(s_1, train) &= \{\{s_0, s_1, s_2, s_3\}\} \\
\Delta(s_1, ctr) &= \{\{s_0\}, \{s_1\}, \{s_2\}\} \\
\Delta(s_2, train) &= \{\{s_0\}, \{s_3\}\} \\
\Delta(s_2, ctr) &= \{\{s_0, s_1, s_2, s_3\}\} \\
\Delta(s_3, train) &= \{\{s_0, s_1, s_2, s_3\}\} \\
\Delta(s_3, ctr) &= \{\{s_0\}, \{s_3\}\}
\end{aligned}$$

- $I = \{s_0\}$

图 3 交错迁移系统



双标号交错迁移系统

设 $AP = \{og, ig, req, gr\}$ 。火车进站控制模型

$$M = \langle \Sigma, Q, \Delta, I, L \rangle$$

为 AP 上的交错迁移系统，其中 L 的定义如下：

$$\begin{aligned}
L(s_0) &= \{og\} \\
L(s_1) &= \{og, req\} \\
L(s_2) &= \{og, gr\} \\
L(s_3) &= \{ig\}
\end{aligned}$$

解释：分工合作

把不同动作看成是不同主体的动作。

考虑每个主体的单独运行。

设 $M = \langle \Sigma, S, \Delta, I \rangle$ 。

对于每个 $a \in \Sigma$ ，考虑字符串 $aaaaa\cdots$ 上的运行。
设 Y_a 为 a 运行的集合。

设 $\Sigma = \{a_1, ..., a_n\}$ 。

要求在每个 Y_{a_i} 取一个元素，将其组合能得到一个线性运行路径。

即对任意 $s \in S$ ，若 $S_1 \in \Delta(s, a_1), ..., S_n \in \Delta(s, a_n)$, 则 $S_1 \cap \cdots \cap S_n$ 是单点集。

系统的运行集合如下：

$$\{y_1 \cap \cdots \cap y_n \mid y_1 \in Y_{a_1}, ..., y_n \in Y_{a_n}\}$$

§2.7 时间迁移系统

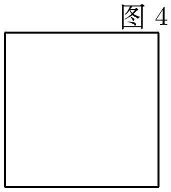
例子

时间迁移系统 $A = \langle \Sigma, S, \Delta, I \rangle$ 其中

- $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ 。
- $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ 。
- $\Delta = \{$

  $(s_0, a, \{x\}, true, s_1),$
  $(s_1, b, \{y\}, true, s_2),$
  $(s_2, c, \{\}, x < 1, s_3),$
  $(s_3, d, \{\}, y > 2, s_0)$
  $\}$ 。
- $I = \{s_0\}$ 。

图 4 时间迁移系统



给定一个时间字符串

$$(a, 2) \to (b, 2.7) \to (c, 2.8) \to (d, 5) \cdots\cdots$$

其运行为

$$(s_0, [0, 0]) \xrightarrow{a,2}$$
$$(s_1, [0, 2]) \xrightarrow{b,2.7}$$
$$(s_2, [0.7, 0]) \xrightarrow{c,2.8}$$
$$(s_3, [0.8, 0.1]) \xrightarrow{d,5}$$
$$(s_0, [3, 2.3]) \cdots\cdots$$

迁移系统的运行集合上的时间字符串为

$$\{((abcd)^\omega, \tau) | \forall j.((\tau_{4j+3} < \tau_{4j+1} + 1) \wedge (\tau_{4j+4} > \tau_{4j+2} + 2))\}$$

时间自动机 1

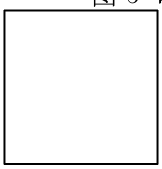
自动机 $A = \langle \Sigma, S, \Delta, I, F \rangle$ 其中

- $\Sigma = \{a, b\}$ 。

- $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ 。
- $\Delta = \{$

  $(s_0, a, \{\}, true, s_1)$,
  $(s_0, a, \{x\}, true, s_2)$,
  $(s_1, b, \{\}, true, s_0)$,
  $(s_2, b, \{\}, x < 2, s_3)$,
  $(s_3, a, \{x\}, true, s_2)$
  $\}$ 。
- $I = \{s_0\}$ 。
- $F = \{s_2\}$ 。

图 5 时间 Büchi 自动机



其运行的集合上的时间字符串为

$$\{((ab)^\omega, \tau)) \mid \forall j.(\tau_j < \tau_{j+1})\}$$

其语言为

$$\{((ab)^\omega, \tau) \mid \exists i.\forall j \geq i.(\tau_{2j} < \tau_{2j-1} + 2)\}$$

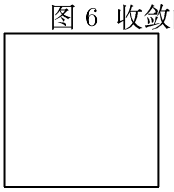
时间自动机 2

自动机 $A = \langle \Sigma, S, \Delta, I, F \rangle$ 其中

- $\Sigma = \{a, b\}$ 。
- $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ 。
- $\Delta = \{$

  $(s_0, a, \{x\}, x = 1, s_1)$,
  $(s_1, b, \{y\}, true, s_2)$,
  $(s_2, a, \{x\}, x = 1, s_3)$,
  $(s_3, b, \{y\}, y < 1, s_2)$
  $\}$ 。
- $I = \{s_0\}$ 。
- $F = \{s_2\}$ 。

图 6 收敛的时间 Büchi 自动机



其运行的集合上的时间字符串与其语言为

$$\{((ab)^{\omega},\tau)\,|\,\forall j.((\tau_{2j-1}=j)\wedge(\tau_{2j}-\tau_{2j-1}>\tau_{2j+2}-\tau_{2j+1}))\}$$

其一个句子为

$$(a,1)\rightarrow(b,1.5)\rightarrow(a,2)\rightarrow(b,2.25)\rightarrow(a,3)\rightarrow(b,3.125)\rightarrow\cdots$$

其一个性质为

$$\lim_{j\rightarrow\inf}(\tau_{j+2}-\tau_j)=1$$

水箱

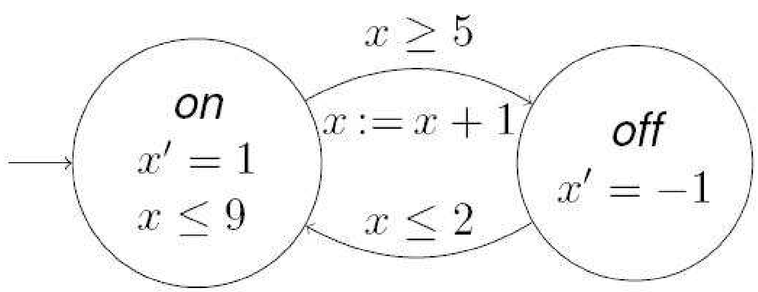


图 7 水箱

§2.8 Petri 网

有问题的 Petri 网

四元组

$$\langle P,T,F,M_0\rangle$$

其中

- $P=\{s_0,s_1,s_2,t_0,t_1,t_2\}$
- $T=\{u_0,u_1,u_2,v_0,v_1,v_2\}$
- $F=$
$$\begin{aligned}&\{(s_0,u_0),(s_0,v_1),(s_1,u_1),(s_2,u_2)\}\cup\\&\{(t_0,v_0),(t_0,u_1),(t_1,v_1),(t_2,v_2)\}\cup\\&\{(u_0,s_1),(u_1,s_2),(u_2,s_0),(u_2,t_0)\}\cup\\&\{(v_0,t_1),(v_1,t_2),(v_2,t_0),(v_2,s_0)\}\end{aligned}$$
- $M_0(s)=1$ 若 $s\in\{s_0,t_0\}$ ，否则 $M_0(s)=0$ 。

§2.9 通信协议

通信协议 1（ ABT ）

Sender

状态	输入	输出	下一状态
q_0		mesg0	q_1
q_1	ack1		q_0
q_1	ack0		q_2
q_2		mesg1	q_3
q_3	ack0		q_5
q_3	ack1		q_4
q_4		mesg0	q_1
q_5		mesg1	q_3

Receiver

状态	输入	输出	下一状态
q_0	mesg1		q_1
q_0	mesg0		q_2
q_1		ack1	q_3
q_2		ack0	q_0
q_3	mesg0		q_4
q_3	mesg1		q_5
q_4		ack0	q_0
q_5		ack1	q_3

通信协议 2

通信单元 $A = \langle Q_1, M_1, \Delta_1, s_0 \rangle$:

- $Q_1 = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$
- $M_1 = \{m_1, m_2 \mid m_1, m_2 \in \langle \{0, 1, 2, 3\}, 2 \rangle\}$
- $\Delta_1 = \{$

  $(s_0, m_1!1, s_0)$, $(s_0, m_1!2, s_0)$,
  $(s_0, m_2?0, s_0)$, $(s_0, m_2?1, s_1)$,
  $(s_0, m_2?2, s_2)$, $(s_0, m_2?3, s_3)$,
  $(s_1, m_1!2, s_1)$, $(s_1, m_1!3, s_1)$,
  $(s_1, m_2?0, s_0)$, $(s_1, m_2?1, s_1)$,
  $(s_1, m_2?2, s_2)$, $(s_1, m_2?3, s_3)$,
  $(s_2, m_1!3, s_2)$, $(s_2, m_1!0, s_2)$,
  $(s_2, m_2?0, s_0)$, $(s_2, m_2?1, s_1)$,
  $(s_2, m_2?2, s_2)$, $(s_2, m_2?3, s_3)$,
  $(s_3, m_1!0, s_3)$, $(s_3, m_1!1, s_3)$,
  $(s_3, m_2?0, s_0)$, $(s_3, m_2?1, s_1)$,
  $(s_3, m_2?2, s_2)$, $(s_3, m_2?3, s_3)$
  $\}$ 。

通信单元 $B = \langle Q_2, M_2, \Delta_2, t_0 \rangle$:

- $Q_2 = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$
- $M_2 = \{m_1, m_2 \mid m_1, m_2 \in \langle \{0, 1, 2, 3\}, 2 \rangle\}$
- $\Delta_2 = \{$

$(t_0, m_2!0, t_0),\ (t_0, m_1?0, t_0),$
$(t_0, m_1?1, t_1),\ (t_0, m_1?2, t_0),\ (t_0, m_1?3, t_0),$
$(t_1, m_2!1, t_1),\ (t_1, m_1?0, t_1),$
$(t_1, m_1?1, t_1),\ (t_1, m_1?2, t_2),\ (t_1, m_1?3, t_1),$
$(t_2, m_2!2, t_2),\ (t_2, m_1?0, t_2),$
$(t_2, m_1?1, t_2),\ (t_2, m_1?2, t_2),\ (t_2, m_1?3, t_3),$
$(t_3, m_2!3, t_3),\ (t_3, m_1?0, t_0),$
$(t_3, m_1?1, t_3),\ (t_3, m_1?2, t_3),\ (t_3, m_1?3, t_3)$
$\}$

有限状态变量与自动机

$m \in \{0, 1, 2\}$
可以表示为：
$B = \langle Q, M, \Delta, q_0 \rangle$:

- $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$
- $M = \{mi, mo \mid mi, mo \in \langle \{0, 1, 2, r\}, 1 \rangle\}$
- $\Delta = \{$

$(q_0, mi?0, q_0),\ (q_0, mi?1, q_1),\ (q_0, mi?2, q_2),$
$(q_0, mi?r, r_0),\ (r_0, mo!0, q_0),$
$(q_1, mi?0, q_0),\ (q_1, mi?1, q_1),\ (q_1, mi?2, q_2),$
$(q_1, mi?r, r_1),\ (r_1, mo!1, q_1),$
$(q_2, mi?0, q_0),\ (q_2, mi?1, q_1),\ (q_2, mi?2, q_2),$
$(q_2, mi?r, r_2),\ (r_2, mo!2, q_2),$
$\}$

$(q, m = 1, q')$
对应
$(q, mi!1, q')$

$(q, a = m, q')$
对应
$(q, mi!r, q_1)$
$(q_1, mo?0, q_{10})\ (q_1, mo?1, q_{11})\ (q_1, mo?2, q_{12})$
$(q_{10}, ai!0, q')\ (q_{11}, ai!1, q')\ (q_{12}, ai!2, q')$

$(q, a == m, q')$
对应
$(q, ai!r, q_1)$
$(q_1, mi!r, q_2)$
$(q_2, ao?0, q_{20})\ (q_2, ao?1, q_{21})\ (q_2, ao?2, q_{22})$
$(q_{20}, mo?0, q')\ (q_{20}, mo?1, q^*)\ (q_{20}, mo?2, q^*)$
$(q_{21}, mo?1, q')\ (q_{21}, mo?0, q^*)\ (q_{21}, mo?2, q^*)$
$(q_{22}, mo?2, q')\ (q_{22}, mo?0, q^*)\ (q_{22}, mo?1, q^*)$