

隐式迁移模型

中国科学院软件研究所

张文辉

<http://lcs.ios.ac.cn/~zwh/pv>

结构化循环语句模型

结构化循环语句模型：例子

```
i:=1; j:=0; k:=0; l:=1;
```

```
while  $\neg(x=y)$  do
```

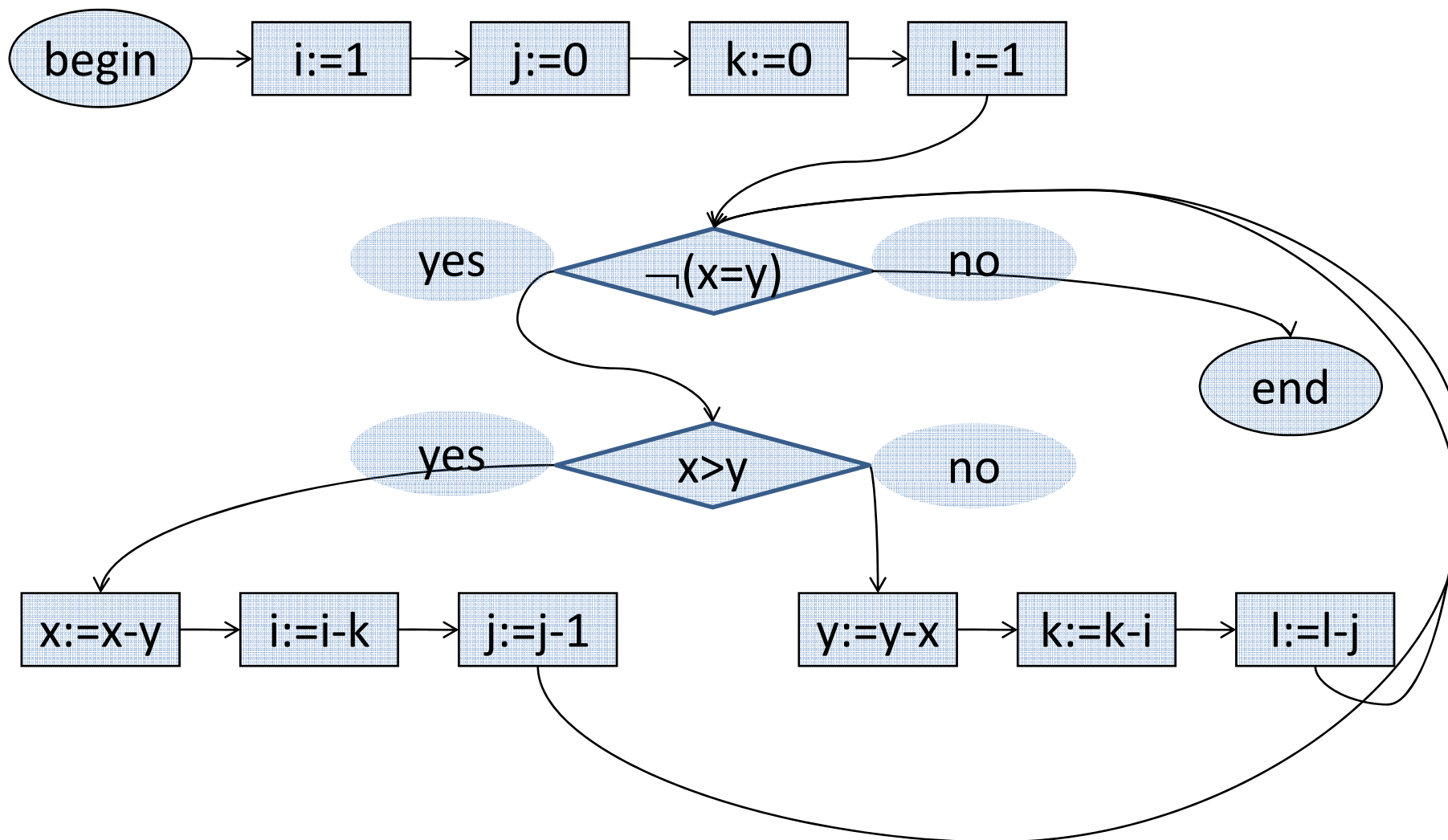
```
  if  $x>y$  then  $x:=x-y$ ;  $i:=i-k$ ;  $j:=j-1$ ;
```

```
  else  $y:=y-x$ ;  $k:=k-i$ ;  $l:=l-j$ ;
```

```
  fi
```

```
od
```

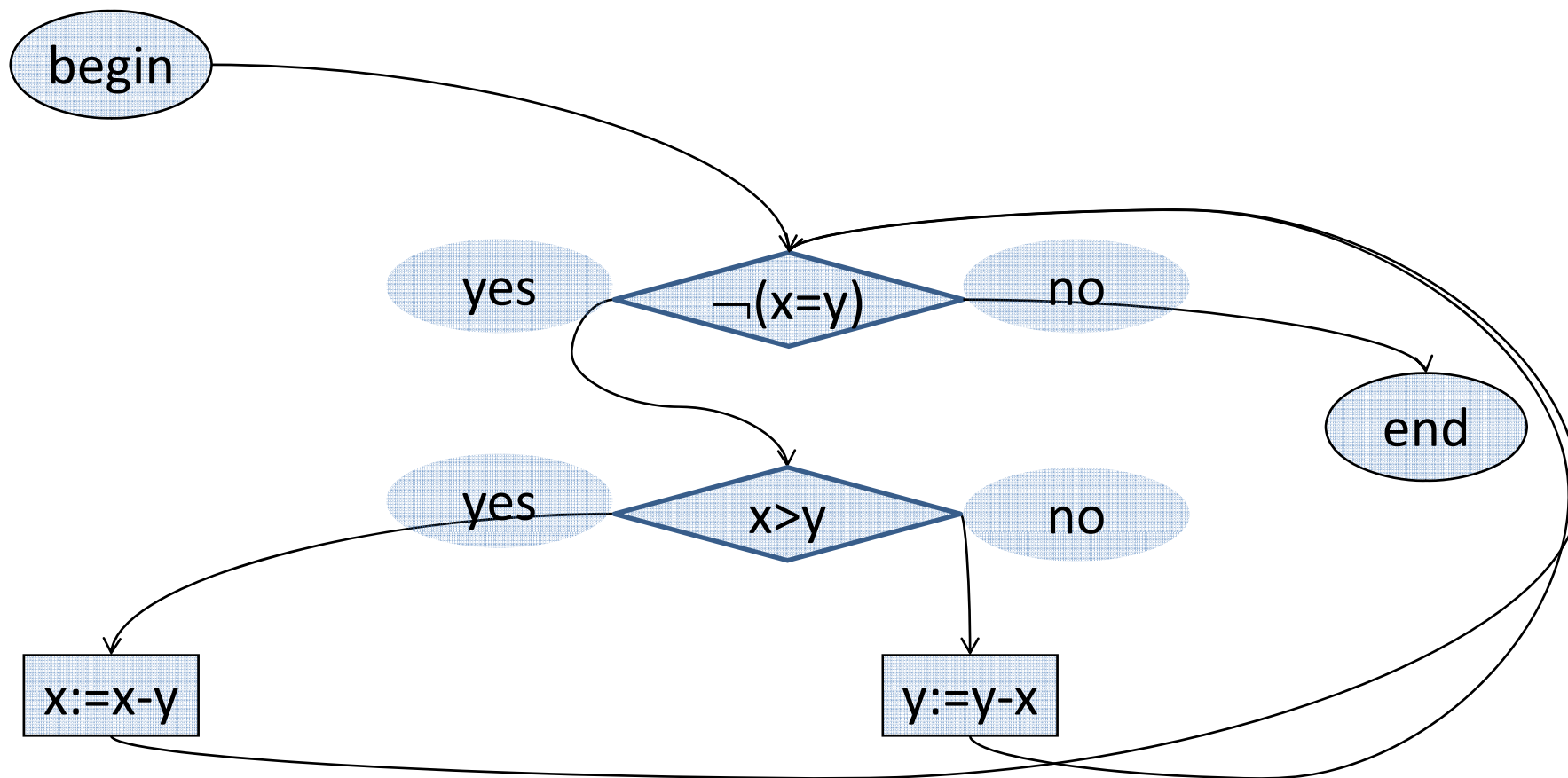
结构化循环语句模型：示意图



结构化循环语句模型：例子

```
while  $\neg(x=y)$  do  
  if  $x>y$  then  $x:=x-y$ ;  
  else  $y:=y-x$ ;  
  fi  
od
```

结构化循环语句模型：示意图



结构化循环语句模型：F,P,V

B=(F,P)和V:

F = {-}

P = {=,>}

V = {x,y}

I=(Int,I₀)

I₀(-) = -

I₀(=) = =

I₀(>) = >

结构化循环语句模型：相关模型

S_0 : while $\neg(x=y)$ do ... od

S_1 : if $x>y$ then $x:=x-y$; else $y:=y-x$; S_0

S_2 : $x:=x-y$; S_0

S_3 : $y:=y-x$; S_0

S_4 : ε

结构化循环语句模型：状态

变量状态集合: $\Sigma = \{ (x,y) \mid x,y \text{ 为整数} \}$

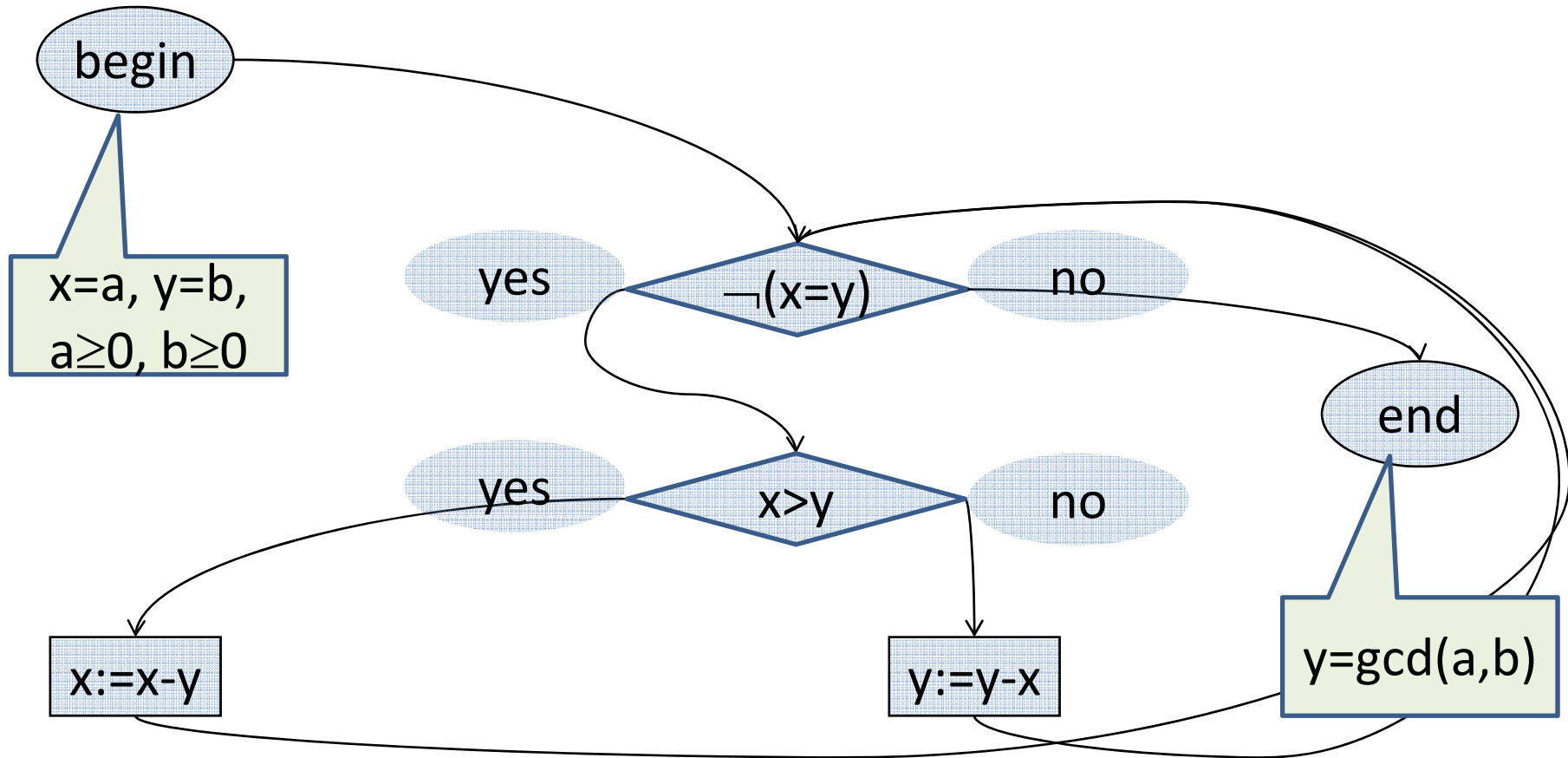
系统状态集合: $\{S_0, S_1, S_2, S_3, S_4\} \times \Sigma$

初始状态集合: $\{S_0\} \times \Sigma$

结构化循环语句模型：运行例子

while $\neg(x=y)$ do ... od	$[S_0, (4, 6)]$
if $x > y$ then $x := x - y$; else $y := y - x$; S_0	$[S_1, (4, 6)]$
$y := y - x$; S_0	$[S_3, (4, 6)]$
while $\neg(x=y)$ do ... od	$[S_0, (4, 2)]$
if $x > y$ then $x := x - y$; else $y := y - x$; S_0	$[S_1, (4, 2)]$
$x := x - y$; S_0	$[S_2, (4, 2)]$
while $\neg(x=y)$ do ... od	$[S_0, (2, 2)]$
ε	$[S_4, (2, 2)]$

结构化循环语句模型：性质

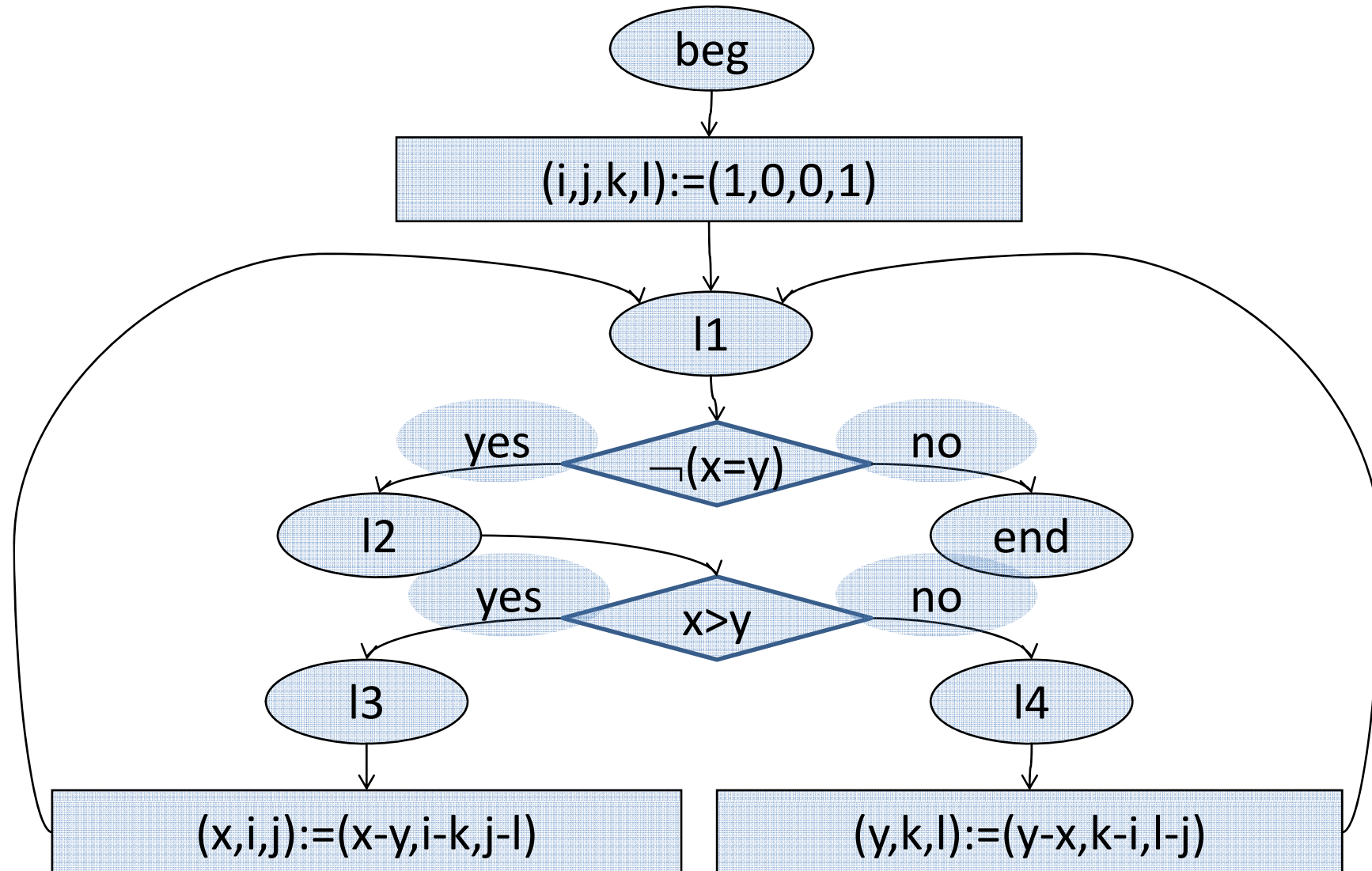


流程图模型

流程图模型：例子

beg: $(i,j,k,l):=(1,0,0,1)$ goto l1
l1: if $\neg(x=y)$ goto l2 else goto end
l2: if $(x>y)$ goto l3 else goto l4
l3: $(x,i,j):=(x-y,i-k,j-l)$ goto l1
l4: $(y,k,l):=(y-x,k-i,l-j)$ goto l1

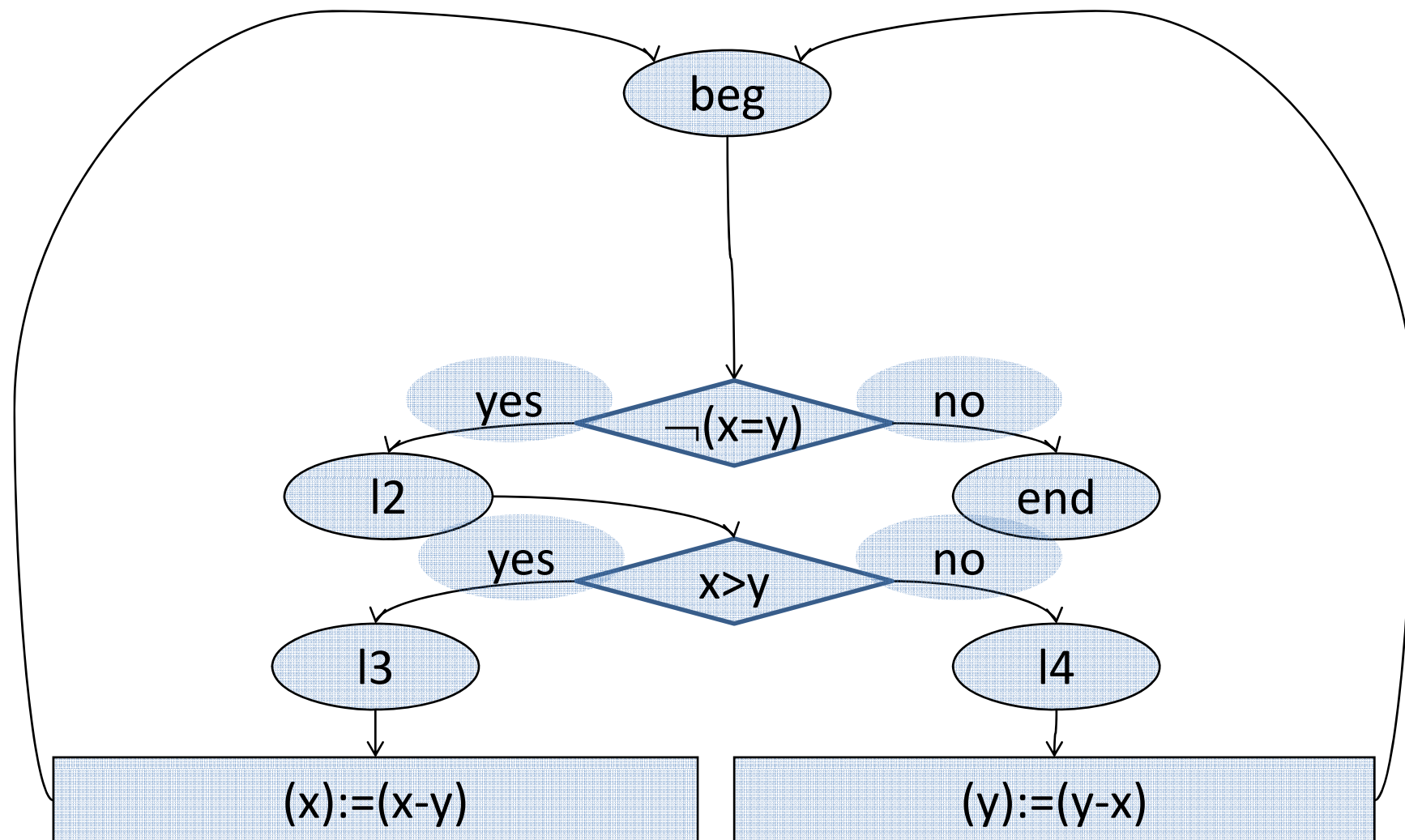
流程图模型：示意图



流程图模型：例子

beg: if $\neg(x=y)$ goto l2 else goto end
l2: if $(x>y)$ goto l3 else goto l4
l3: $(x):=(x-y)$ goto beg
l4: $(y):=(y-x)$ goto beg

流程图模型：示意图



流程图模型： F,P,V

B=(F,P)和V:

F = {-}

P = {=,>}

V = {x,y}

I=(Int,I₀)

I₀(-) = -

I₀(=) = =

I₀(>) = >

流程图模型：标号

```
beg:      if  $\neg(x=y)$  goto l2 else goto end
l2:      if (x>y) goto l3 else goto l4
l3:      (x):=(x-y) goto beg
l4:      (y):=(y-x) goto beg
end:
```

流程图模型：状态

变量状态集合: $\Sigma = \{ (x,y) \mid x,y \text{ 为整数} \}$

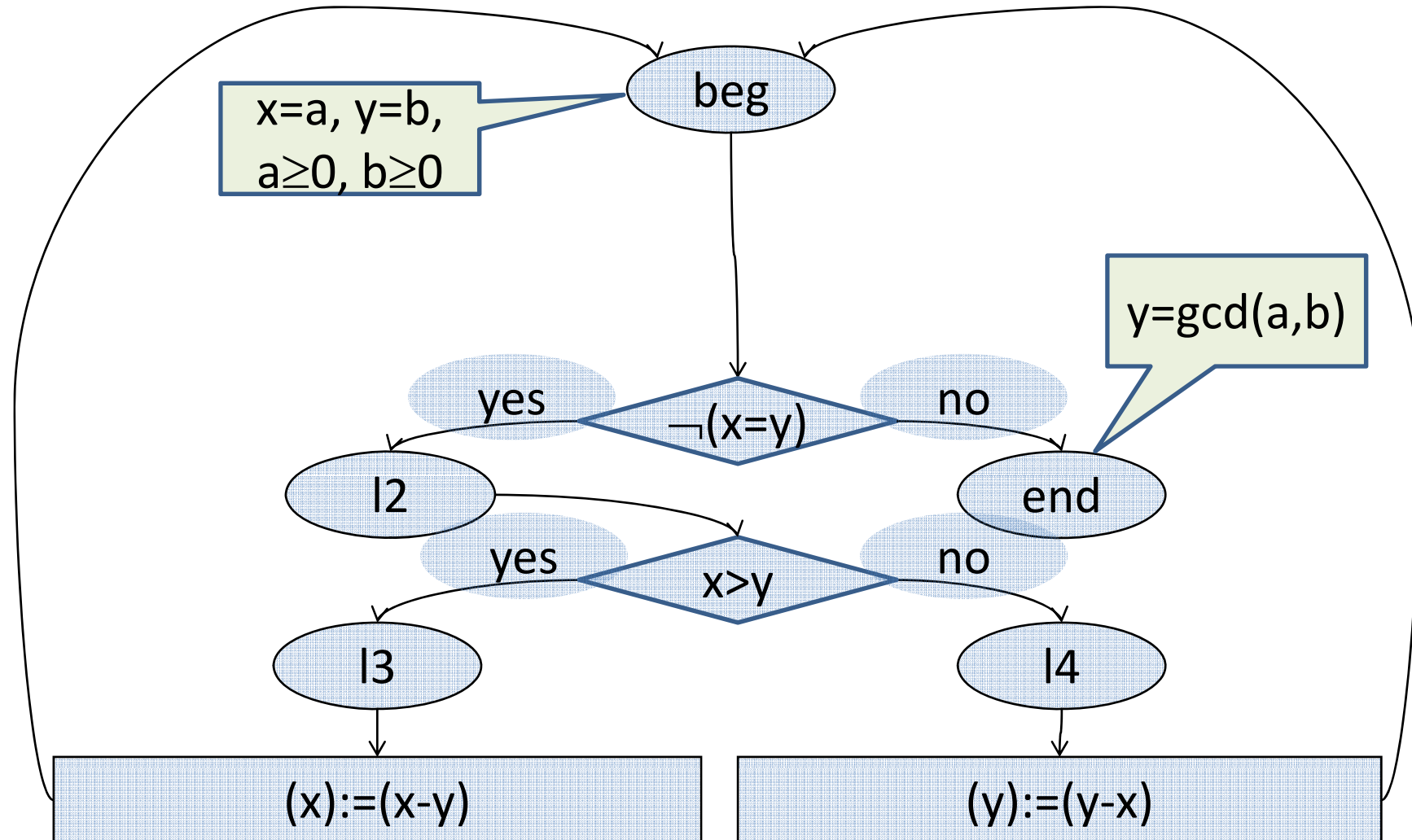
系统状态集合: $\{\text{beg},l2,l3,l4,\text{end}\} \times \Sigma$

初始状态集合: $\{\text{beg}\} \times \Sigma$

流程图模型：运行例子

if $\neg(x=y)$ goto l2 else goto end	[beg,(4,6)]
if $(x>y)$ goto l3 else goto l4	[l2,(4,6)]
$(x):=(x-y)$ goto beg	[l4,(4,6)]
if $\neg(x=y)$ goto l2 else goto end	[beg,(4,2)]
if $(x>y)$ goto l3 else goto l4	[l2,(4,2)]
$(y):=(y-x)$ goto beg	[l3,(4,2)]
if $\neg(x=y)$ goto l2 else goto end	[beg,(2,2)]
	[end,(2,2)]

流程图模型：性质



卫式迁移模型

卫式迁移模型：例子

$(a=s0) \rightarrow (i,j,k,l,a):=(1,0,0,1,s1)$

$(a=s1 \wedge x=y) \rightarrow (a):=(s5)$

$(a=s1 \wedge \neg(x=y)) \rightarrow (a):=(s2)$

$(a=s2 \wedge x>y) \rightarrow (a):=(s3)$

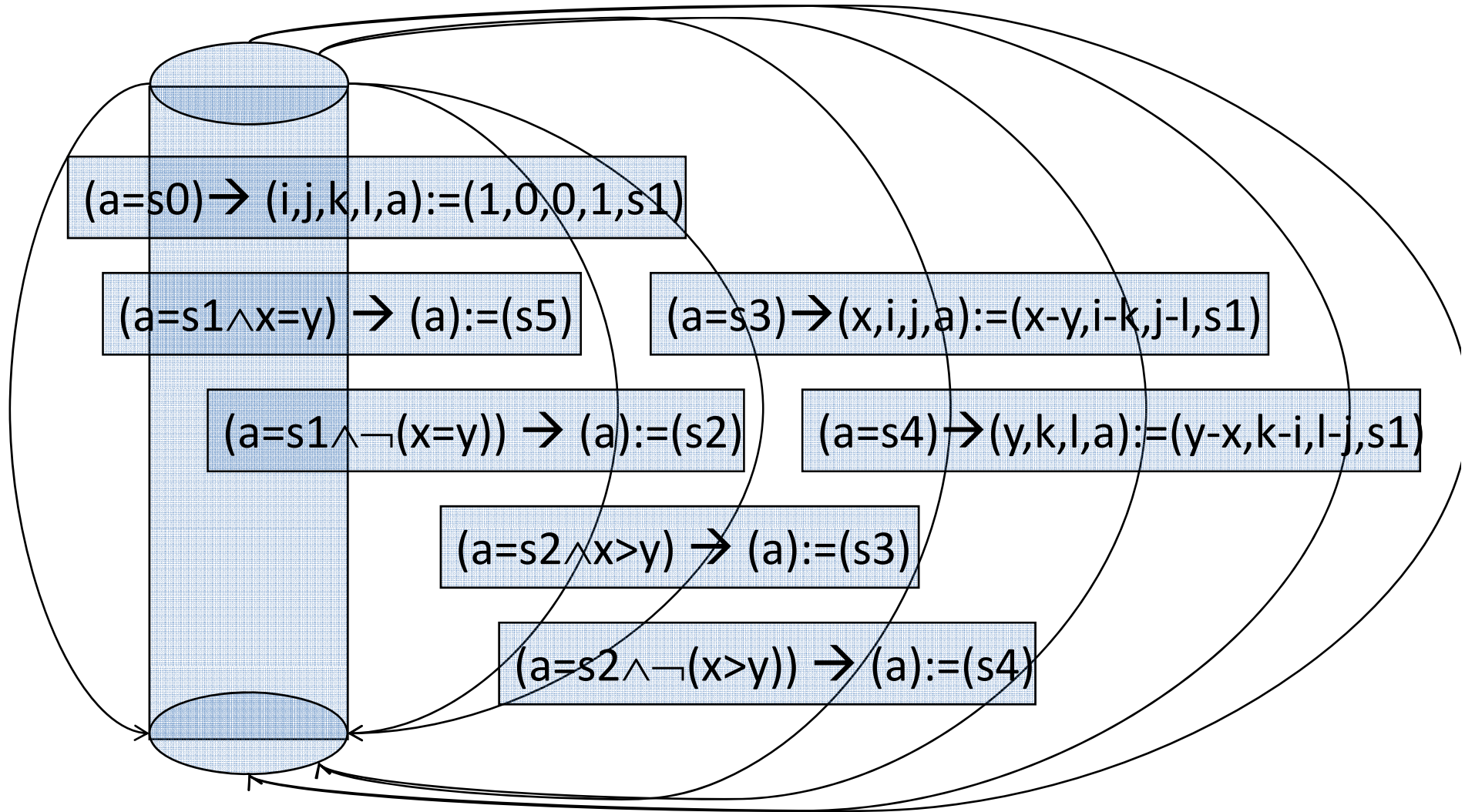
$(a=s2 \wedge \neg(x>y)) \rightarrow (a):=(s4)$

$(a=s3) \rightarrow (x,i,j,a):=(x-y,i-k,j-l,s1)$

$(a=s4) \rightarrow (y,k,l,a):=(y-x,k-i,l-j,s1)$

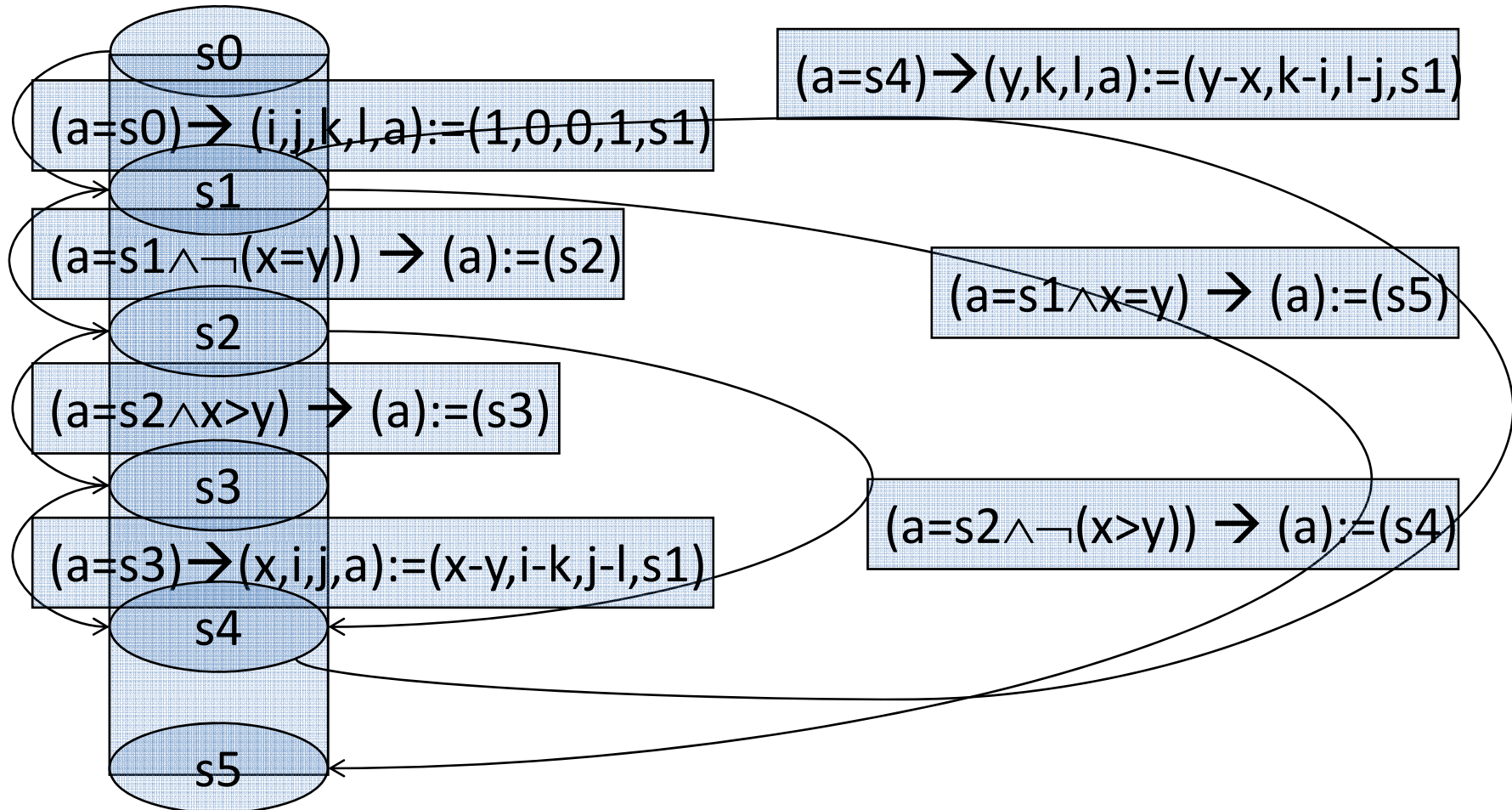
初始状态: $(a=s0 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0)$

卫式迁移模型：示意图



初始状态: $a=s0 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$

卫式迁移模型：示意图



初始状态: $a=s_0 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$

卫式迁移模型：例子

$$(a=s1 \wedge x=y) \rightarrow (a):=(s5)$$

$$(a=s1 \wedge \neg(x=y)) \rightarrow (a):=(s2)$$

$$(a=s2 \wedge x>y) \rightarrow (a):=(s3)$$

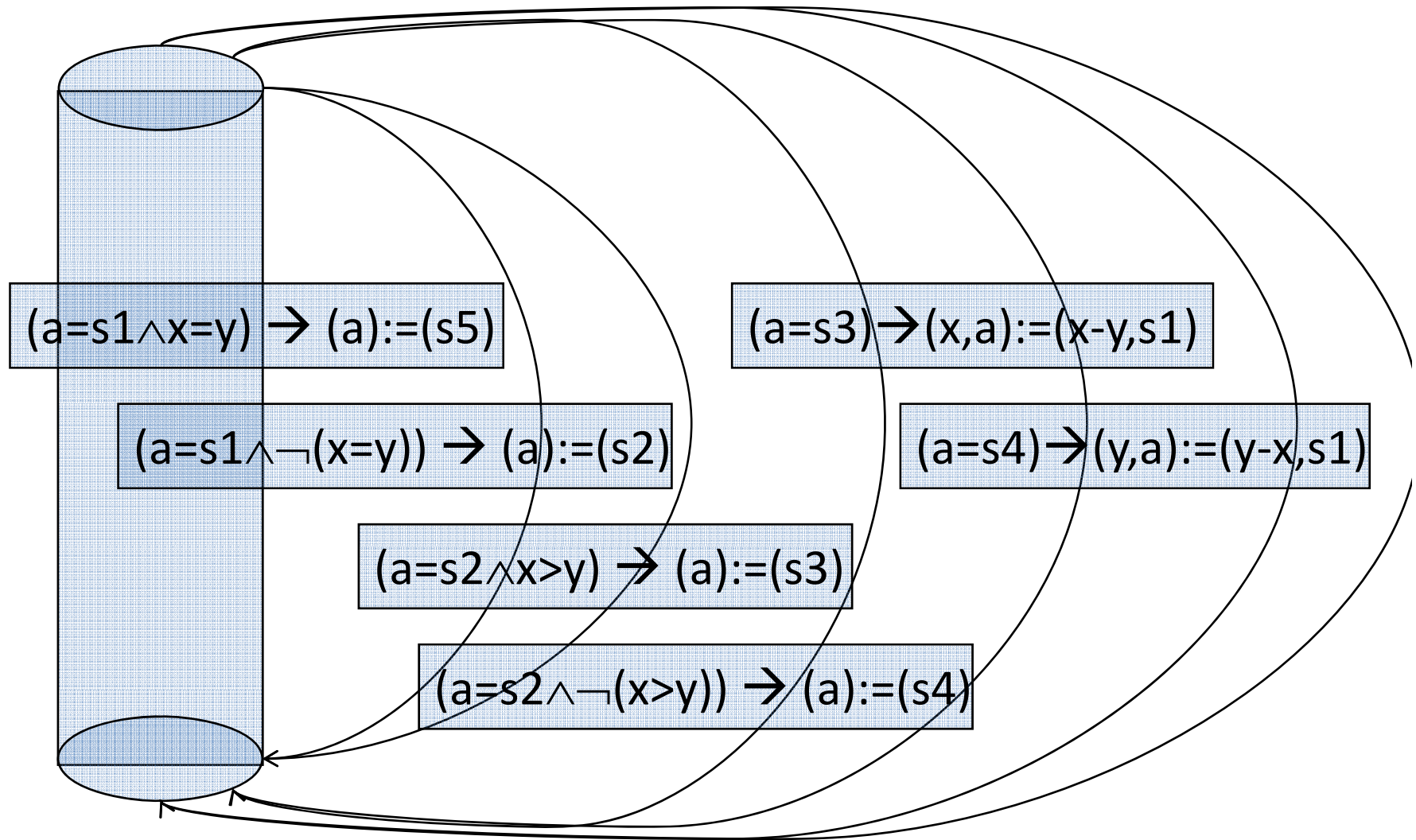
$$(a=s2 \wedge \neg(x>y)) \rightarrow (a):=(s4)$$

$$(a=s3) \rightarrow (x,a):=(x-y,s1)$$

$$(a=s4) \rightarrow (y,a):=(y-x,s1)$$

初始状态: $(a=s1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0)$

卫式迁移模型：示意图



初始状态: $a=s1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$

卫式迁移模型: F,P,V

B=(F,P)和V:

F = {s1,s2,s3,s4,s5,-}

P = {=,>}

V = {a,x,y}

I=(Int,I₀)

I₀(si) = i for i ∈ {1,2,3,4,5}

I₀(-) = -

I₀(=) = =

I₀(>) = >

卫式迁移模型：状态

变量状态集合: $\Sigma = \{ (a,x,y) \mid a,x,y \text{ 为整数} \}$

初始状态集合: $\{ (1,x,y) \mid x,y \text{ 为自然数} \}$

卫星迁移模型：运行例子

(s1,4,6)

(s2,4,6)

(s4,4,6)

(s1,4,2)

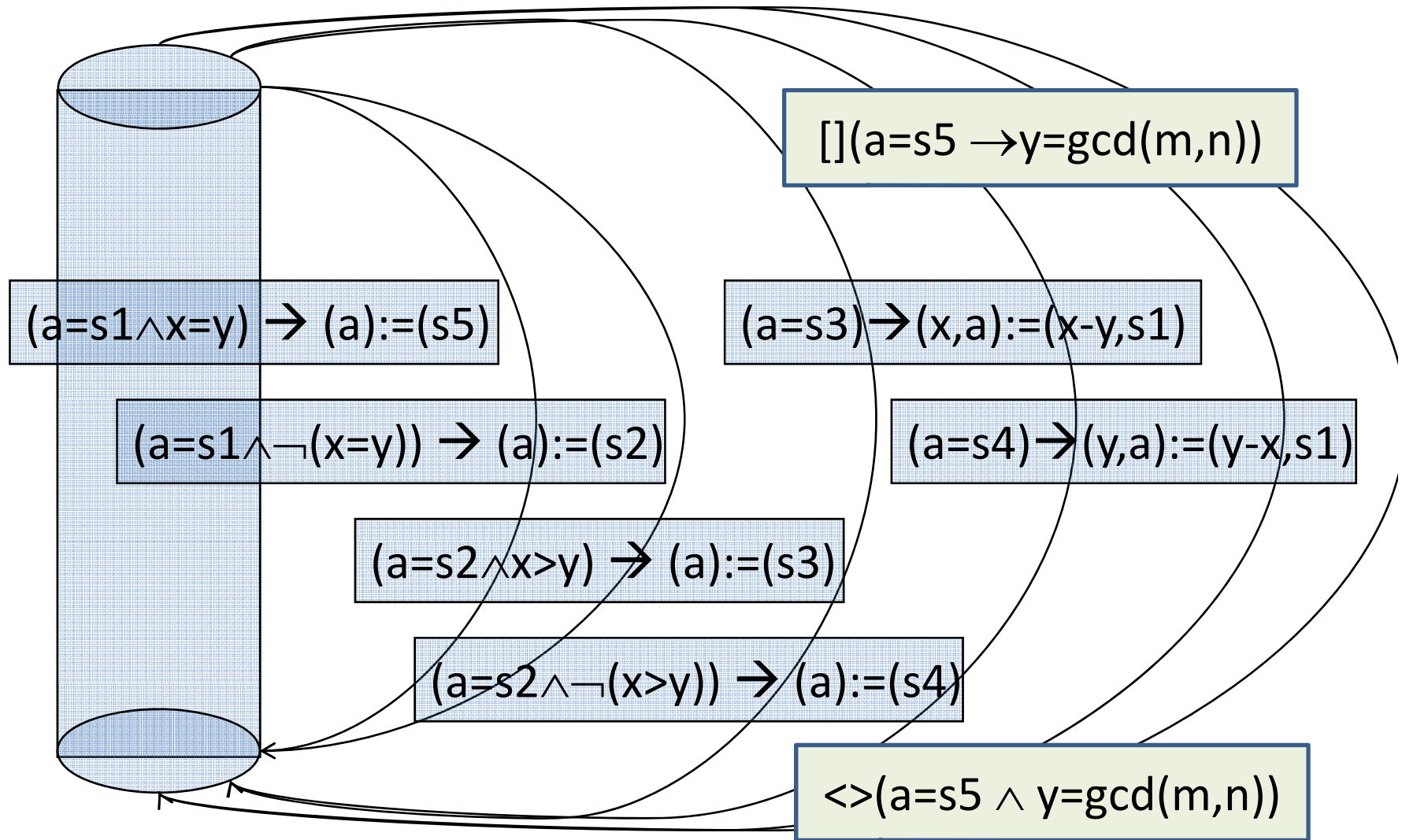
(s2,4,2)

(s3,4,2)

(s1,2,2)

(s5,2,2)

卫式迁移模型：性质



初始状态: $a=s1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge (x=m \wedge y=n)$

谓词迁移模型

谓词迁移模型：例子

迁移关系：

$$(a=s0 \wedge a'=s1 \wedge i'=1 \wedge j'=0 \wedge k'=0 \wedge l'=1 \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s1 \wedge x=y \wedge a'=s5 \wedge i'=i \wedge j'=j \wedge k'=k \wedge l'=l \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s1 \wedge \neg(x=y) \wedge a'=s2 \wedge i'=i \wedge j'=j \wedge k'=k \wedge l'=l \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s2 \wedge x > y \wedge a'=s3 \wedge i'=i \wedge j'=j \wedge k'=k \wedge l'=l \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

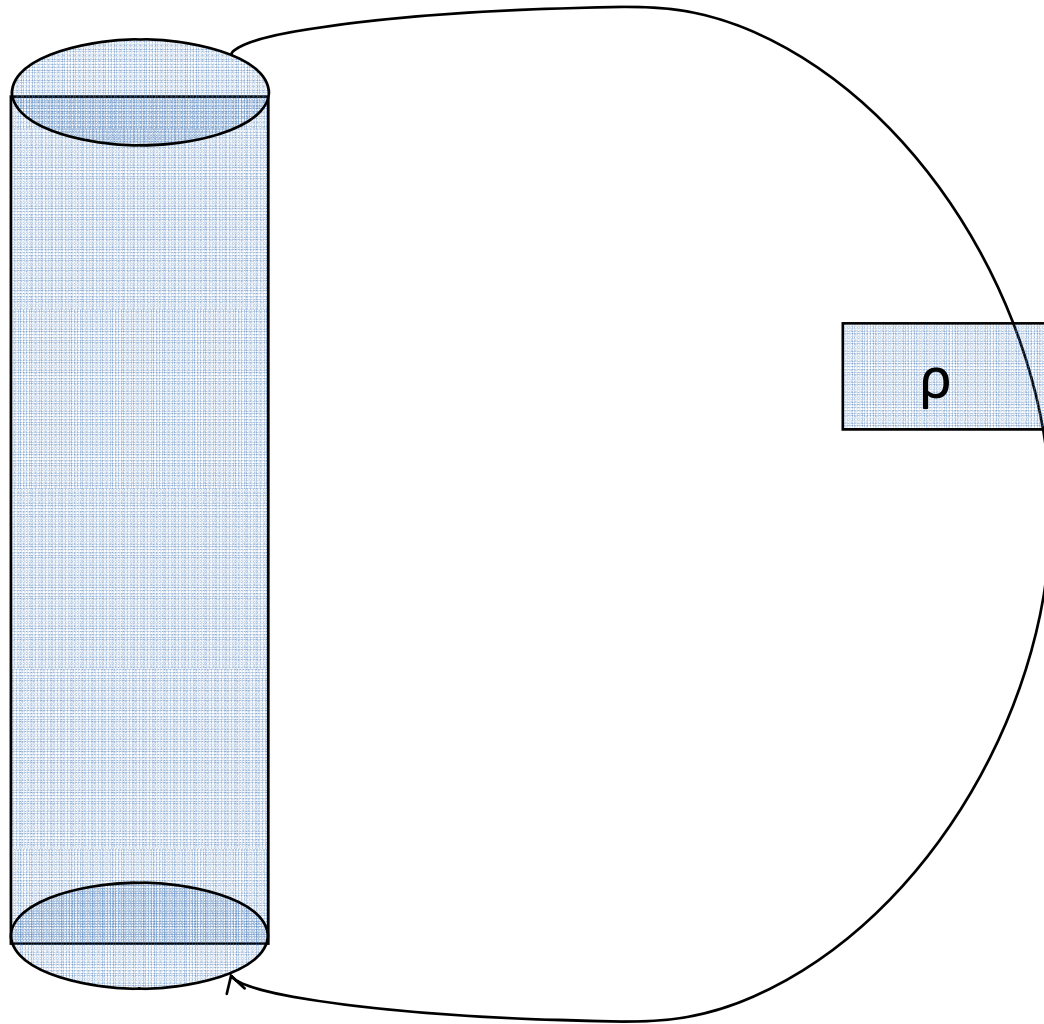
$$(a=s2 \wedge \neg(x > y) \wedge a'=s4 \wedge i'=i \wedge j'=j \wedge k'=k \wedge l'=l \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s3 \wedge a'=s1 \wedge i'=i-k \wedge j'=j-l \wedge k'=k \wedge l'=l \wedge x'=x-y \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s4 \wedge a'=s1 \wedge i'=i \wedge j'=j \wedge k'=k-i \wedge l'=l-j \wedge x'=x \wedge y'=y-x) \vee$$

初始状态： $(a=s0 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0)$

谓词迁移模型：示意图



初始状态: $a=s0 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$

谓词迁移模型：例子

迁移关系：

$$(a=s1 \wedge x=y \wedge a'=s5 \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s1 \wedge \neg(x=y) \wedge a'=s2 \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s2 \wedge x>y \wedge a'=s3 \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

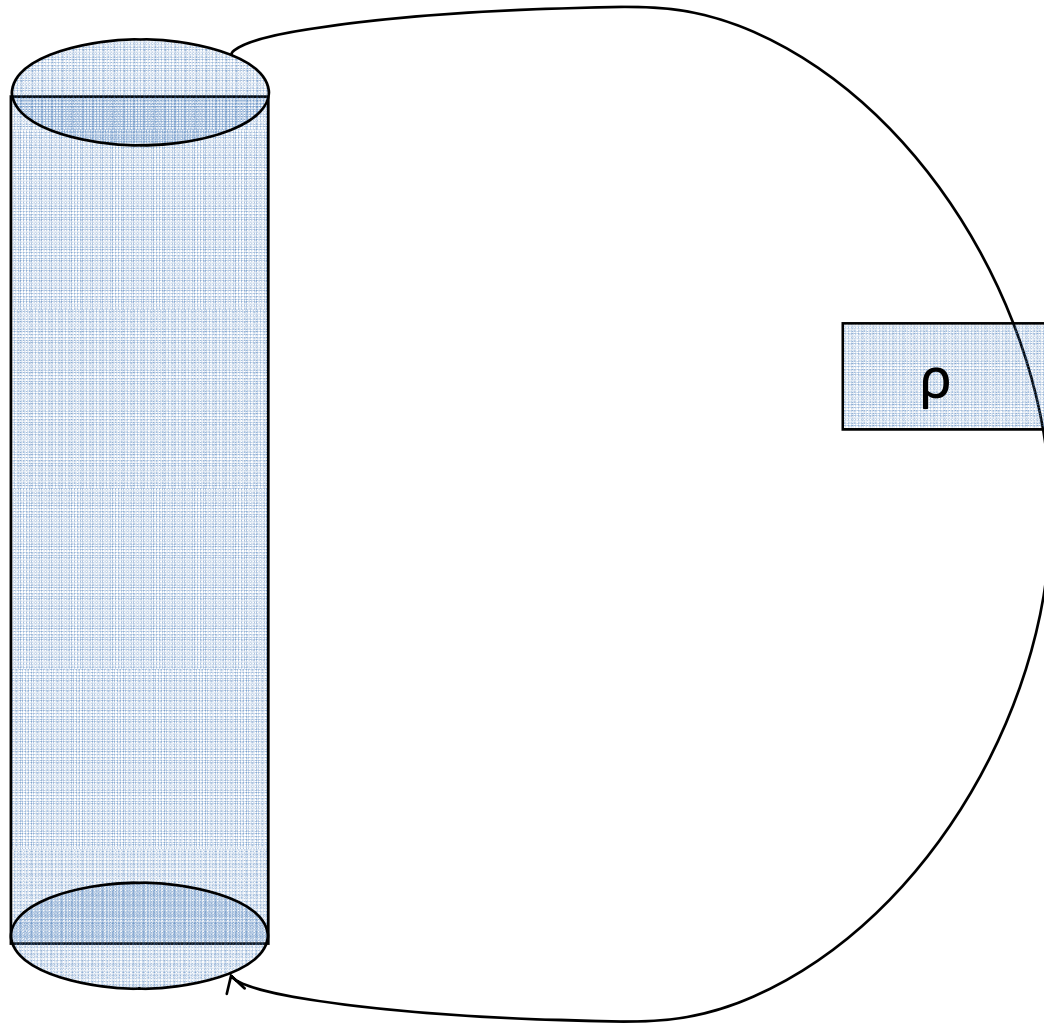
$$(a=s2 \wedge \neg(x>y) \wedge a'=s4 \wedge x'=x \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s3 \wedge a'=s1 \wedge x'=x-y \wedge y'=y) \vee$$

$$(a=s4 \wedge a'=s1 \wedge x'=x \wedge y'=y-x) \vee$$

初始状态： $(a=s1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0)$

谓词迁移模型：示意图



初始状态: $a=s1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$

谓词迁移模型: F,P,V

B=(F,P)和V:

F = {s1,s2,s3,s4,s5,-}

P = {=,>}

V = {a,x,y}

I=(Int,I₀)

I₀(s_i) = i for i ∈ {1,2,3,4,5}

I₀(-) = -

I₀(=) = =

I₀(>) = >

谓词迁移模型：状态

变量状态集合: $\Sigma = \{ (a,x,y) \mid a,x,y \text{ 为整数} \}$

初始状态集合: $\{ (1,x,y) \mid x,y \text{ 为自然数} \}$

谓词迁移模型：运行例子

(s1,4,6)

(s2,4,6)

(s4,4,6)

(s1,4,2)

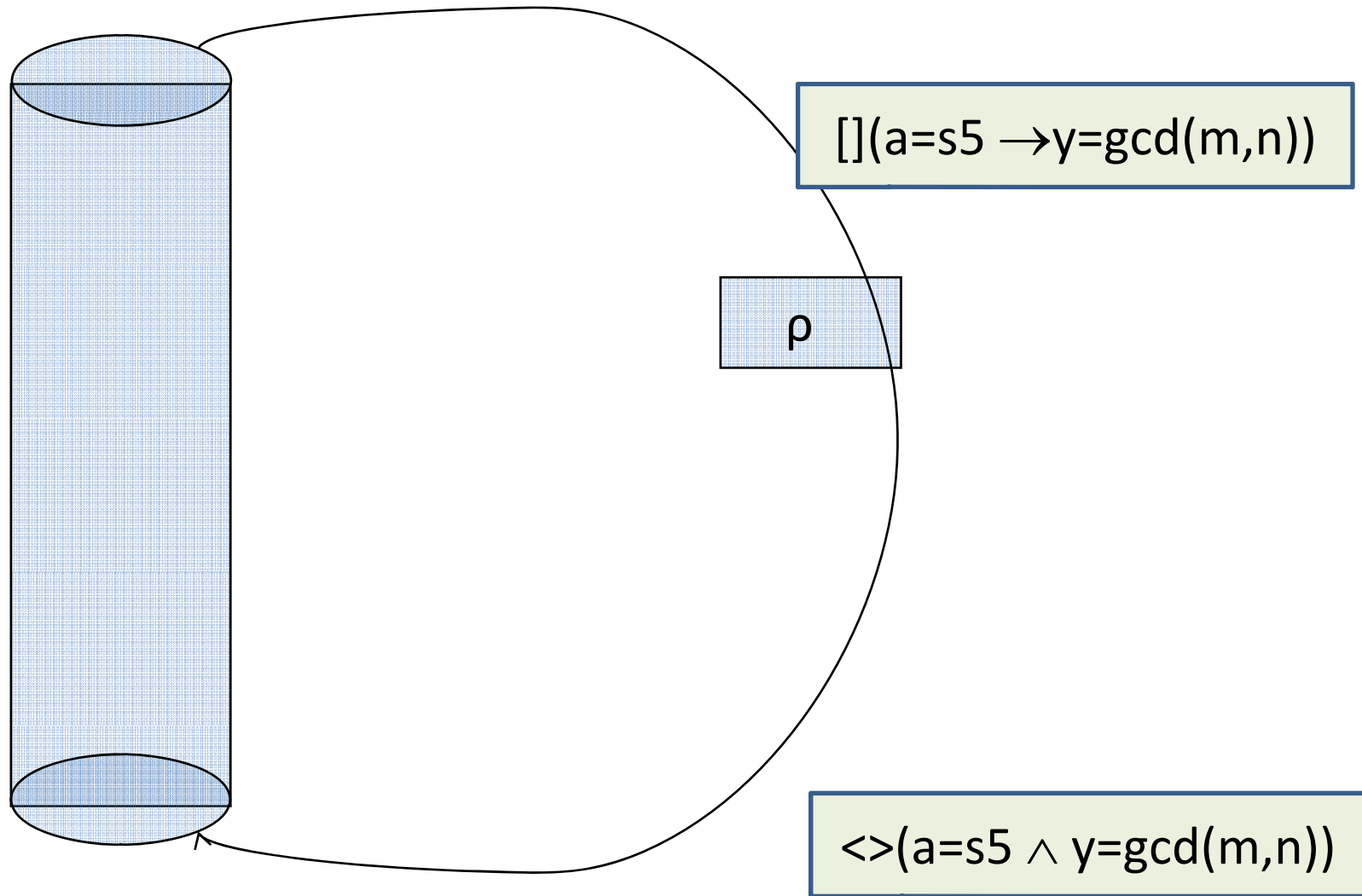
(s2,4,2)

(s3,4,2)

(s1,2,2)

(s5,2,2)

谓词迁移模型：性质



初始状态: $a=s1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge (x=m \wedge y=n)$