

# 显式状态迁移模型

中国科学院软件研究所

张文辉

<http://lcs.ios.ac.cn/~zwh/pv>

# 互斥协议：卫式迁移模型

- 迁移集合：

$$a = s_0 \quad \longrightarrow \quad (y, t, a) := (1, 1, s_1)$$

$$a = s_1 \wedge (x = 0 \vee t = 0) \quad \longrightarrow \quad (a) := (s_2)$$

$$a = s_2 \quad \longrightarrow \quad (y, a) := (0, s_3)$$

$$a = s_3 \quad \longrightarrow \quad (y, t, a) := (1, 1, s_1)$$

$$b = t_0 \quad \longrightarrow \quad (x, t, b) := (1, 0, t_1)$$

$$b = t_1 \wedge (y = 0 \vee t = 1) \quad \longrightarrow \quad (b) := (t_2)$$

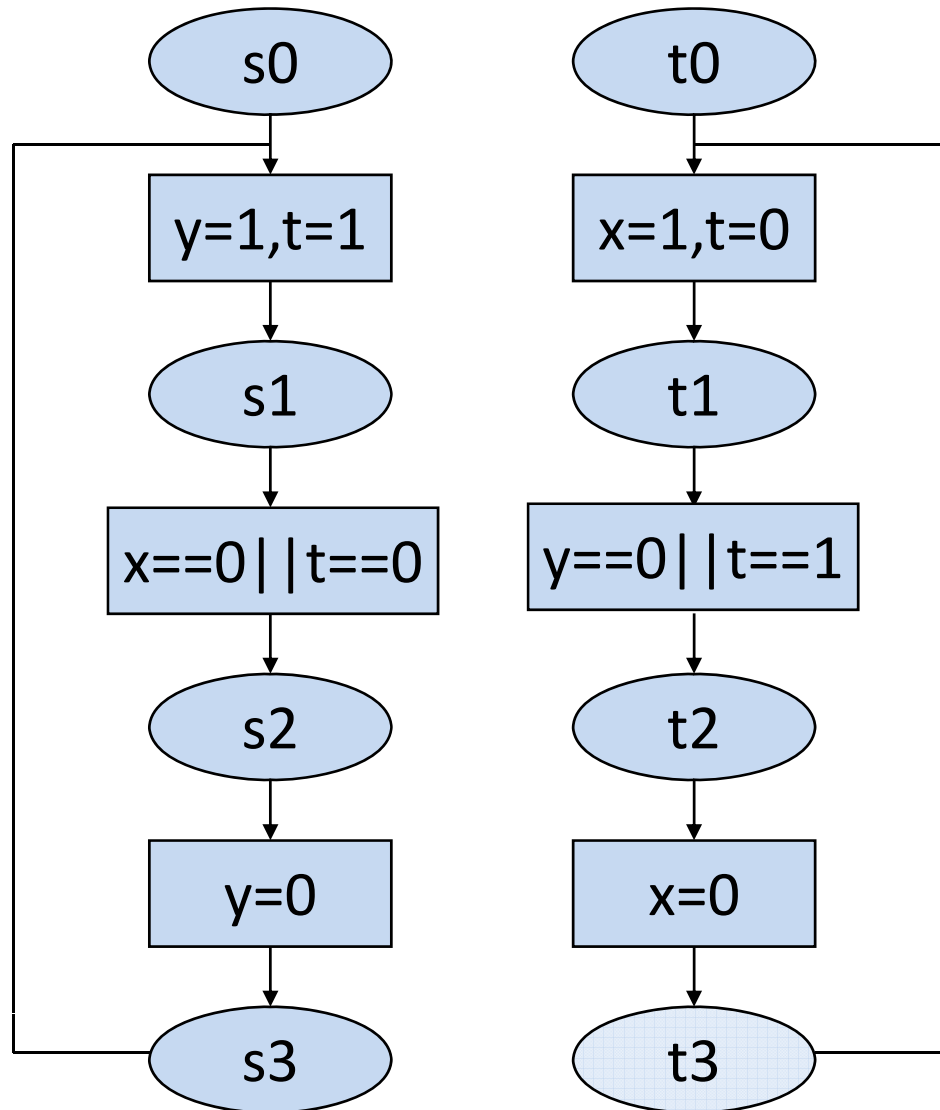
$$b = t_2 \quad \longrightarrow \quad (x, b) := (0, t_3)$$

$$b = t_3 \quad \longrightarrow \quad (x, t, b) := (1, 0, t_1)$$

- 初始状态：

$$(a = s_0 \wedge b = t_0 \wedge x = 0 \wedge y = 0 \wedge t = 0)$$

# 互斥协议：示意图



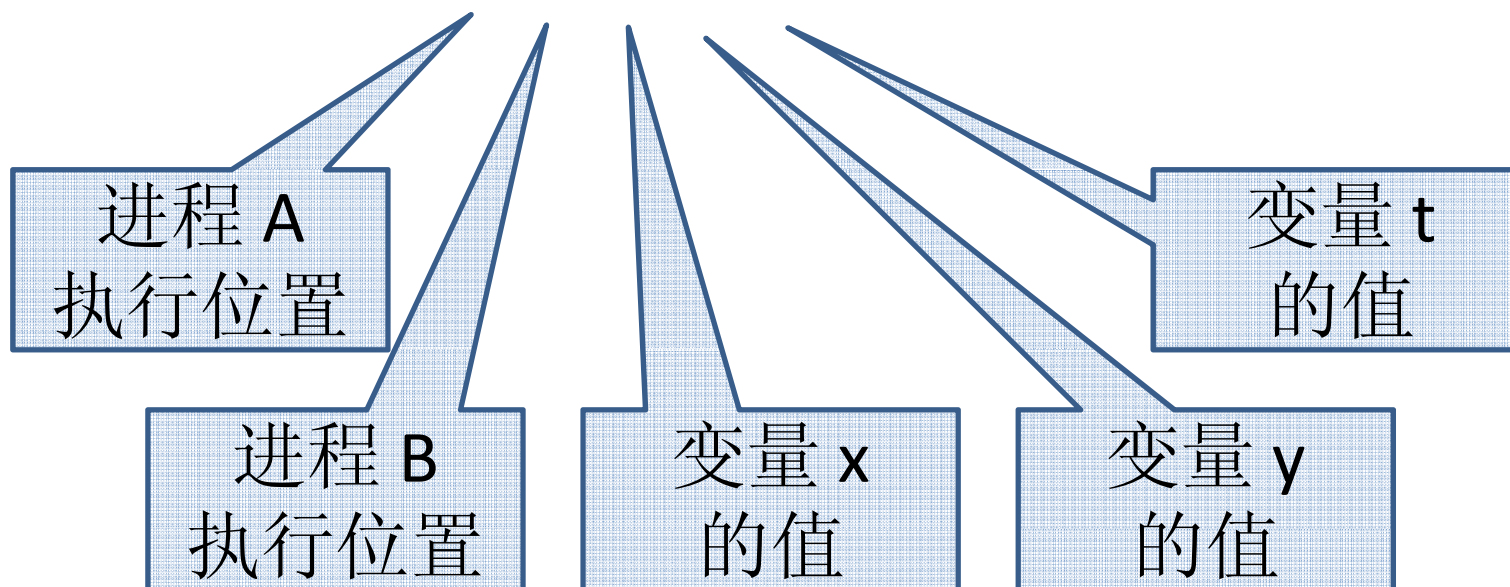
初始状态

$s_0$   
 $t_0$   
 $x=0$   
 $y=0$   
 $t=0$

# 系统状态及状态变化关系

系统状态有5个分量

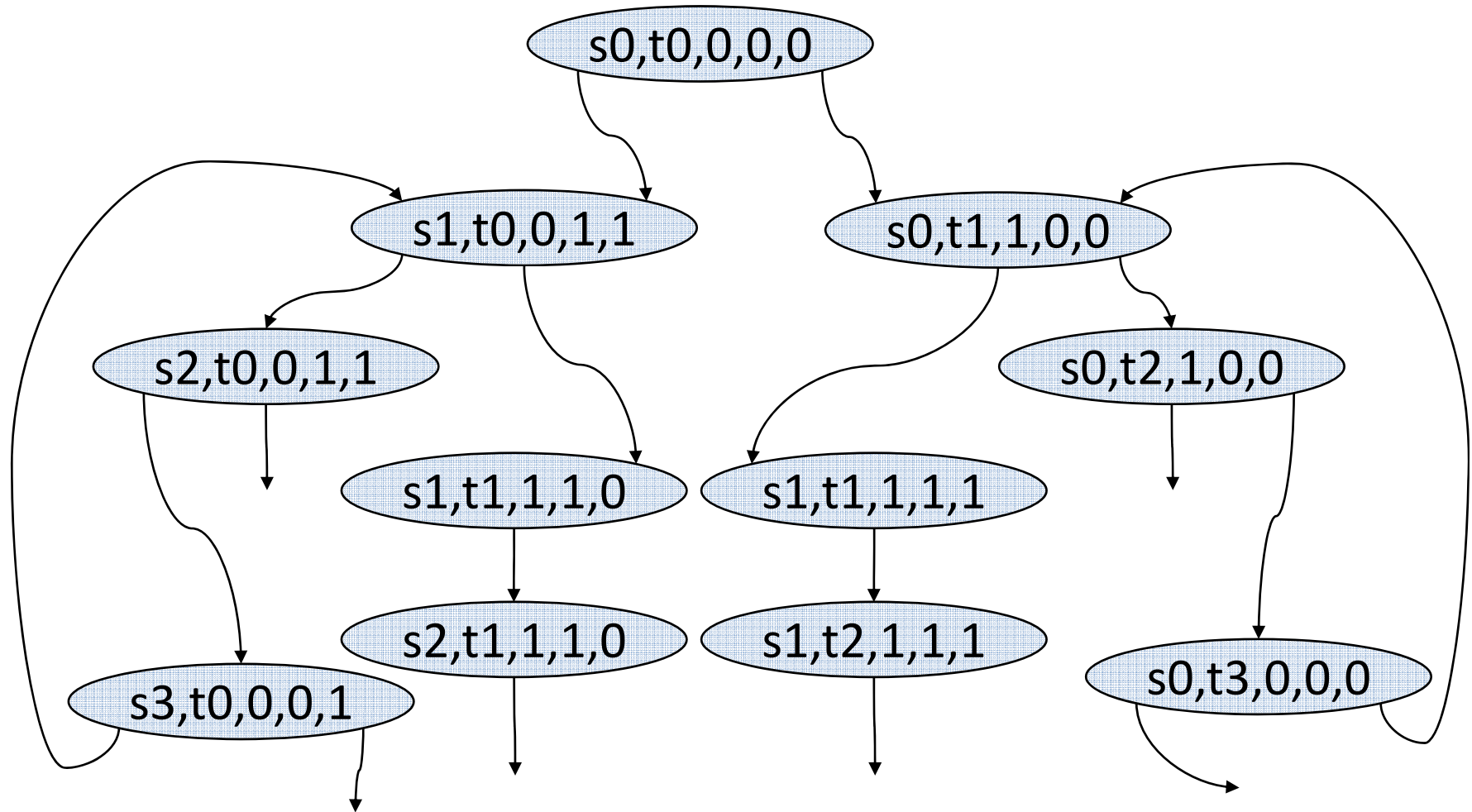
用五元组(a,b,x,y,t)表示

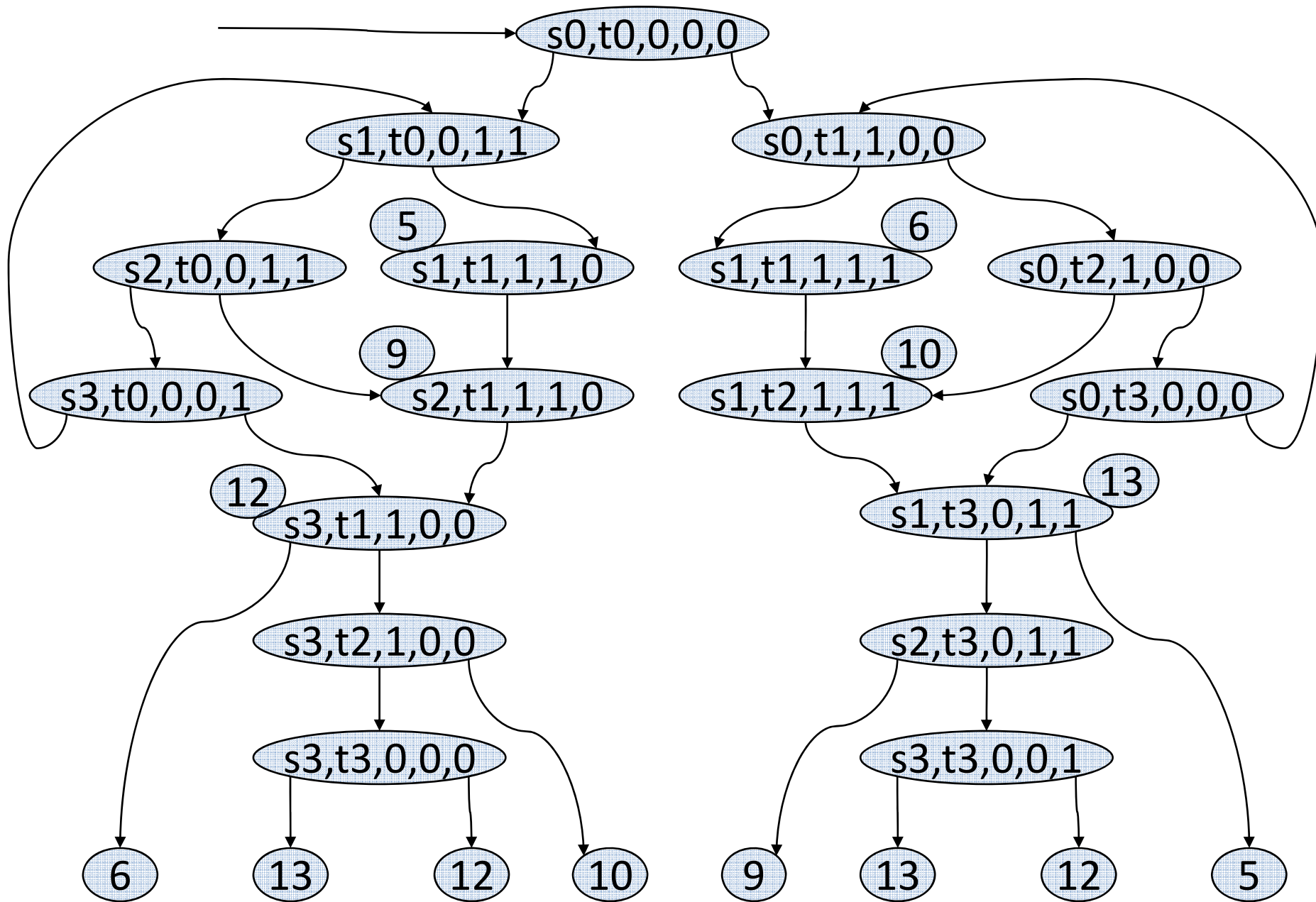


# 运行：状态变化序列

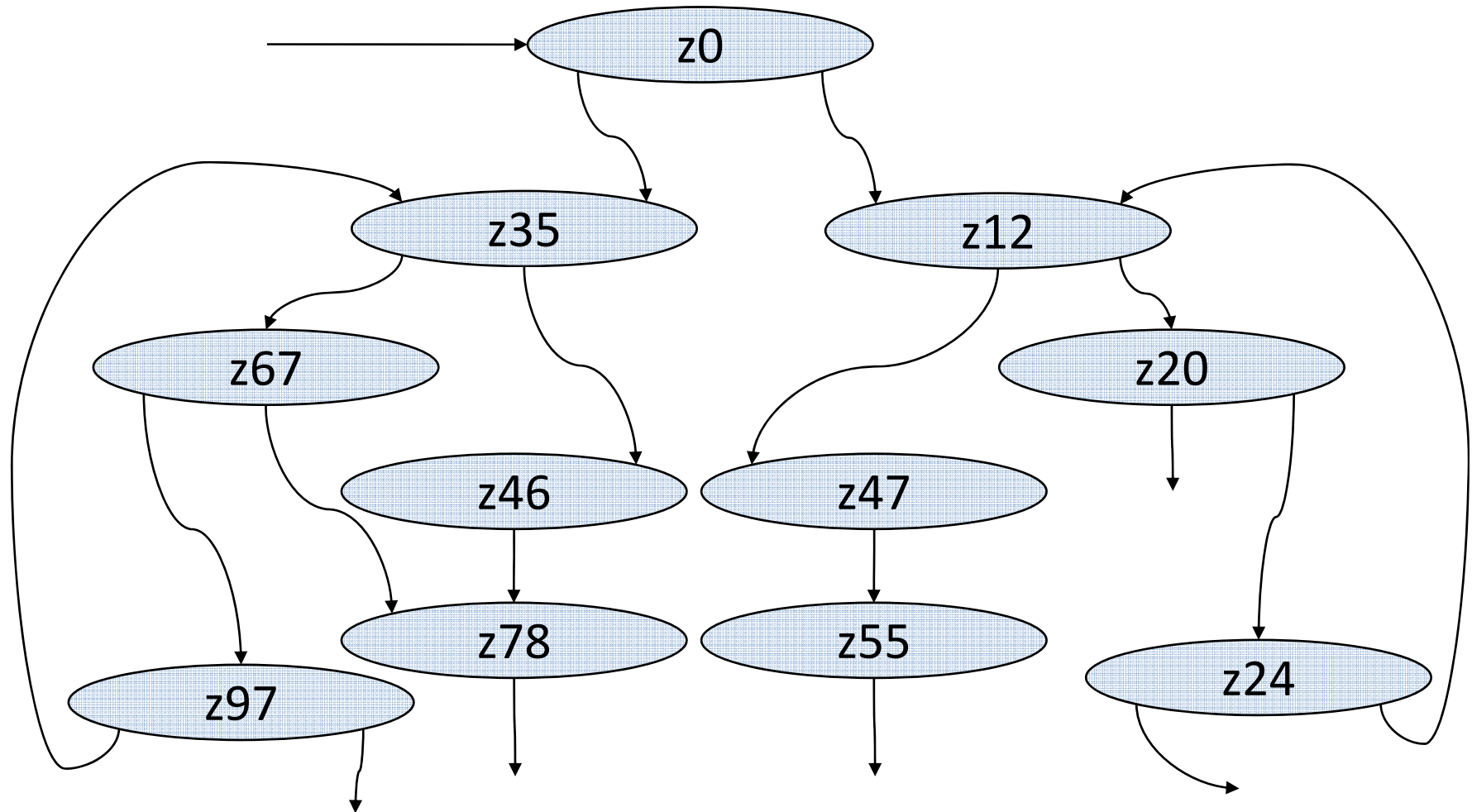
- $s_0, t_0, 0, 0, 0$
- $s_1, t_0, 0, 1, 1$
- $s_1, t_1, 1, 1, 0$
- $s_2, t_1, 1, 1, 0$
- $s_3, t_1, 1, 0, 0$
- $s_3, t_2, 1, 0, 0$
- $s_3, t_3, 1, 0, 0$
- $s_0, t_1, 1, 0, 0$
- $s_1, t_1, 1, 1, 1$
- $s_1, t_2, 1, 1, 1$

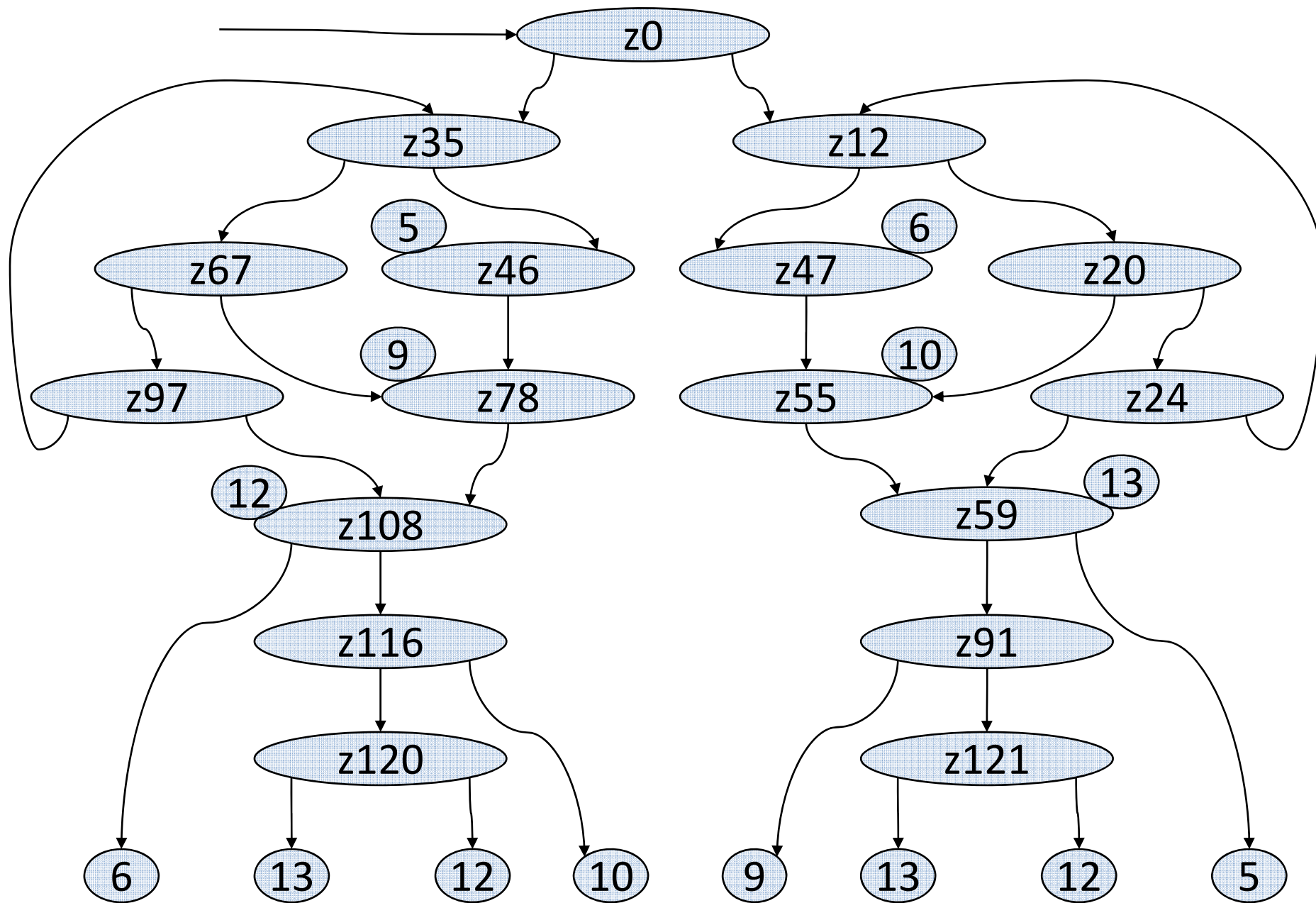
- 状态变化图:

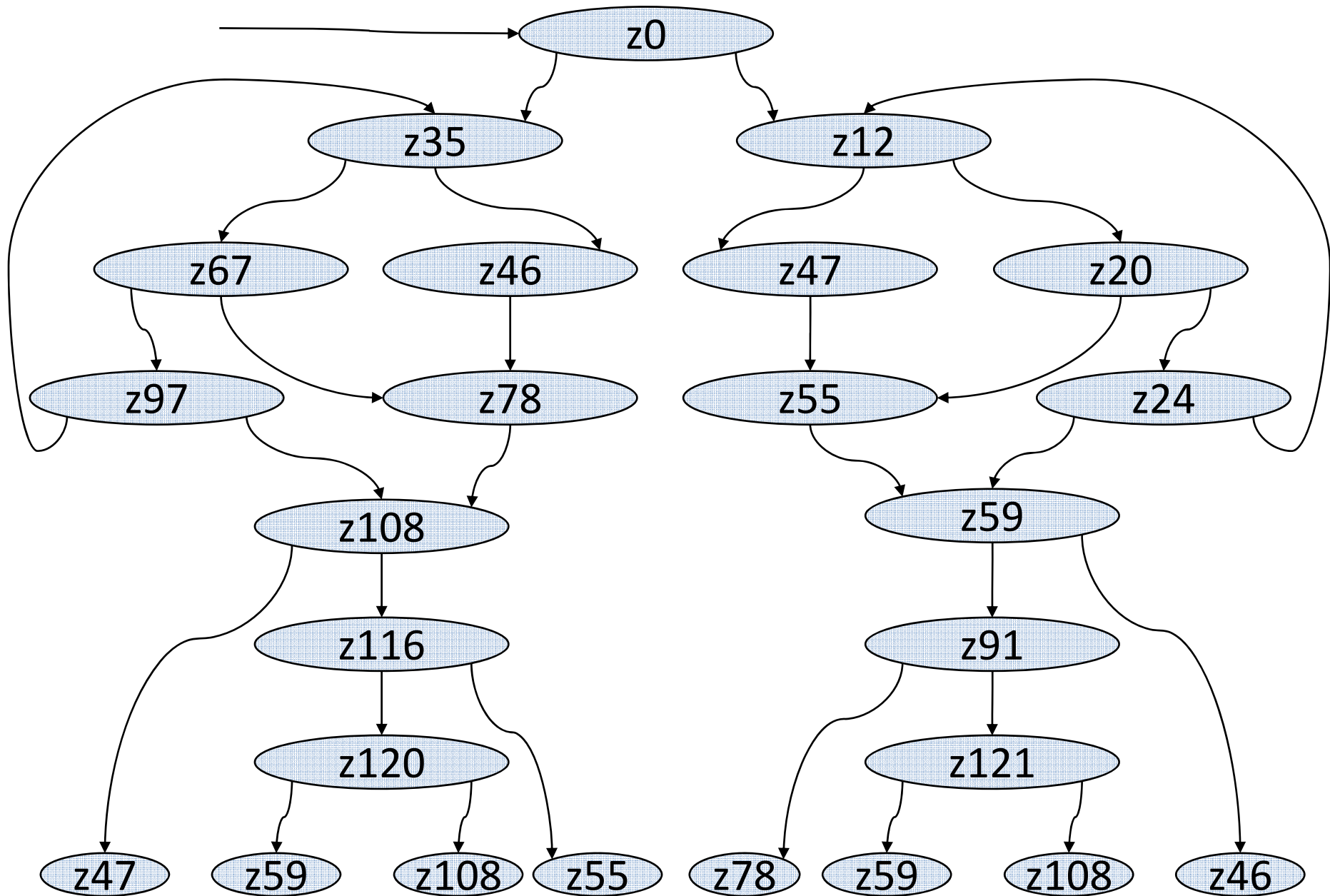




- 抽象状态变化图:







# Kripke 模型

# Kripke 模型

- 系统状态
- 状态变化
- 初始状态

抽象状态

二元组

状态集合



Kripke 模型

# Kripke模型：例子

- 状态集合：  $\{ z_0, z_1, z_2, z_3, \dots, z_{127} \}$
- 迁移关系：  $\{ (z_0, z_{35}), (z_0, z_{12}), \dots \}$
- 初始状态集：  $\{ z_0 \}$

# Kripke模型：例子

$z_0, \dots, z_{127}$

代表根据字母顺序排列的128个(a,b,x,y,t)状态

$z_i$ 代表(a,b,x,y,t)  $\leftrightarrow i = 32*a + 8*b + 4*x + 2*y + t$

定义  $a(i) = i/32$

$b(i) = (i\%32)/8$

$x(i) = (i\%8)/4$

$y(i) = (i\%4)/2$

$t(i) = (i\%2)$

# Kripke模型：例子

互斥协议的卫式迁移模型表示的8条迁移对应：

$$\{(z_i, z_{35+4 \times (i/4)}) \mid a(i) = 0\}$$

$$\{(z_i, z_{i+32}) \mid a(i) = 1 \wedge (x(i) = 0 \vee t(i) = 0)\}$$

$$\{(z_i, z_{i+32-2 \times y(i)}) \mid i/32 = 2\}$$

$$\{(z_i, z_{i-61-i\%4}) \mid i/32 = 3\}$$

$$\{(z_i, z_{i+12}) \mid (i\%32)/8 = 0\}$$

$$\{(z_i, z_{i+32}) \mid (i\%32)/8 = 1 \wedge i\%4 \neq 2\}$$

$$\{(z_i, z_{i+32-2 \times (i\%2)}) \mid (i\%32)/8 = 2\}$$

$$\{(z_i, z_{i-61-i\%4}) \mid (i\%32)/8 = 3\}$$

# Kripke模型：可达状态的迁移

迁移关系包括能到可达状态的迁移26个：

$(z_0, z_{35})$	$(z_0, z_{12})$		
$(z_{35}, z_{67})$	$(z_{35}, z_{46})$	$(z_{12}, z_{47})$	$(z_{12}, z_{20})$
$(z_{67}, z_{97})$	$(z_{67}, z_{78})$	$(z_{46}, z_{78})$	$(z_{47}, z_{55})$
$(z_{97}, z_{108})$	$(z_{97}, z_{35})$	$(z_{78}, z_{108})$	$(z_{55}, z_{59})$
$(z_{108}, z_{12})$	$(z_{108}, z_{116})$	$(z_{59}, z_{83})$	$(z_{59}, z_{47})$
$(z_{116}, z_{120})$	$(z_{116}, z_{55})$	$(z_{83}, z_{121})$	$(z_{83}, z_{78})$
$(z_{120}, z_{58})$	$(z_{120}, z_{108})$	$(z_{121}, z_{59})$	$(z_{121}, z_{108})$

# Kripke模型：可达状态

可达状态17个：

$z_0 : (s_0, t_0, 0, 0, 0)$	$z_{35} : (s_1, t_0, 0, 1, 1)$
$z_{67} : (s_2, t_0, 0, 1, 1)$	$z_{47} : (s_1, t_1, 1, 1, 1)$
$z_{20} : (s_0, t_2, 1, 0, 0)$	$z_{97} : (s_3, t_0, 0, 0, 1)$
$z_{55} : (s_1, t_2, 1, 1, 1)$	$z_{24} : (s_0, t_3, 0, 0, 0)$
$z_{59} : (s_1, t_3, 0, 1, 1)$	$z_{116} : (s_3, t_2, 1, 0, 0)$
$z_{120} : (s_3, t_3, 0, 0, 0)$	$z_{121} : (s_3, t_3, 0, 0, 1)$
$z_{12} : (s_0, t_1, 1, 0, 0)$	$z_{108} : (s_3, t_1, 1, 0, 0)$
$z_{46} : (s_1, t_1, 1, 1, 0)$	$z_{91} : (s_2, t_3, 0, 1, 1)$
$z_{78} : (s_2, t_1, 1, 1, 0)$	

# Kripke模型：安全性质

系统的互斥性质表示为安全性质

$$A = \{z_i \mid \frac{i}{32} \neq 2\} \cup \{z_i \mid \frac{i \% 32}{8} \neq 2\}$$

# Kripke模型：响应性质

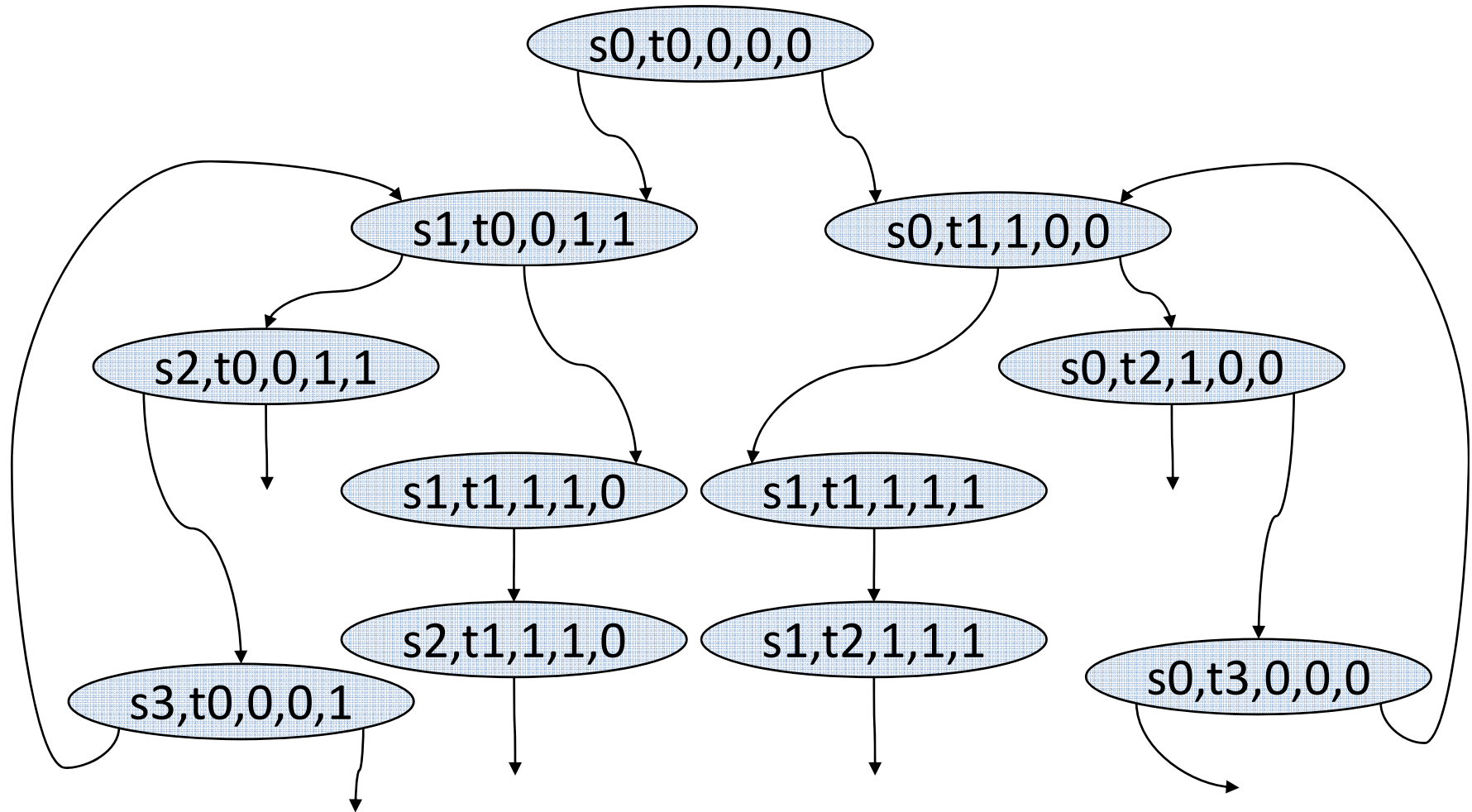
系统具备的部分性质包括响应性质(不满足)

$$A = \{z_i \mid \frac{i}{32} = 2\}$$

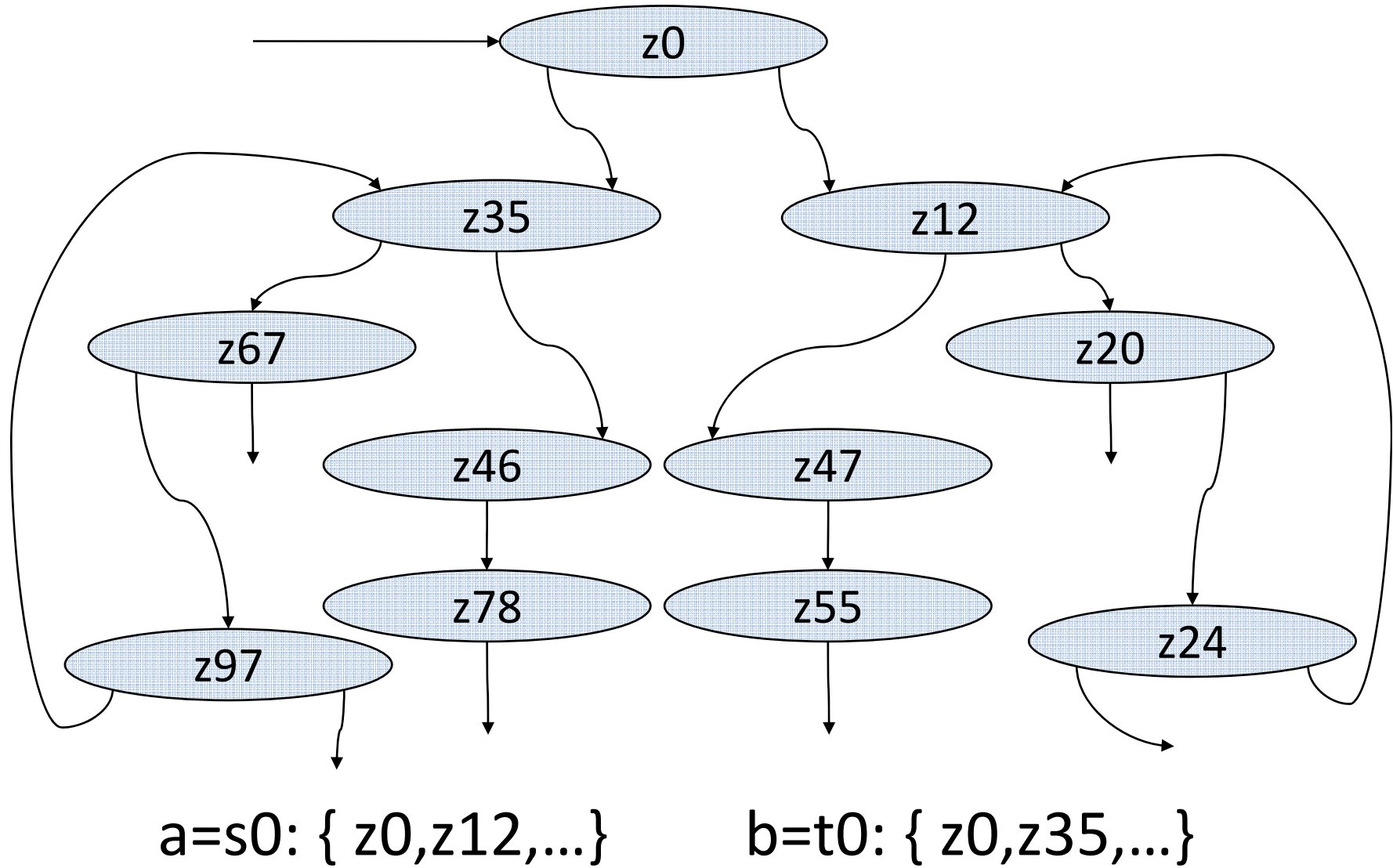
$$B = \{z_i \mid \frac{i \% 32}{8} = 2\}$$

# 标号Kripke模型

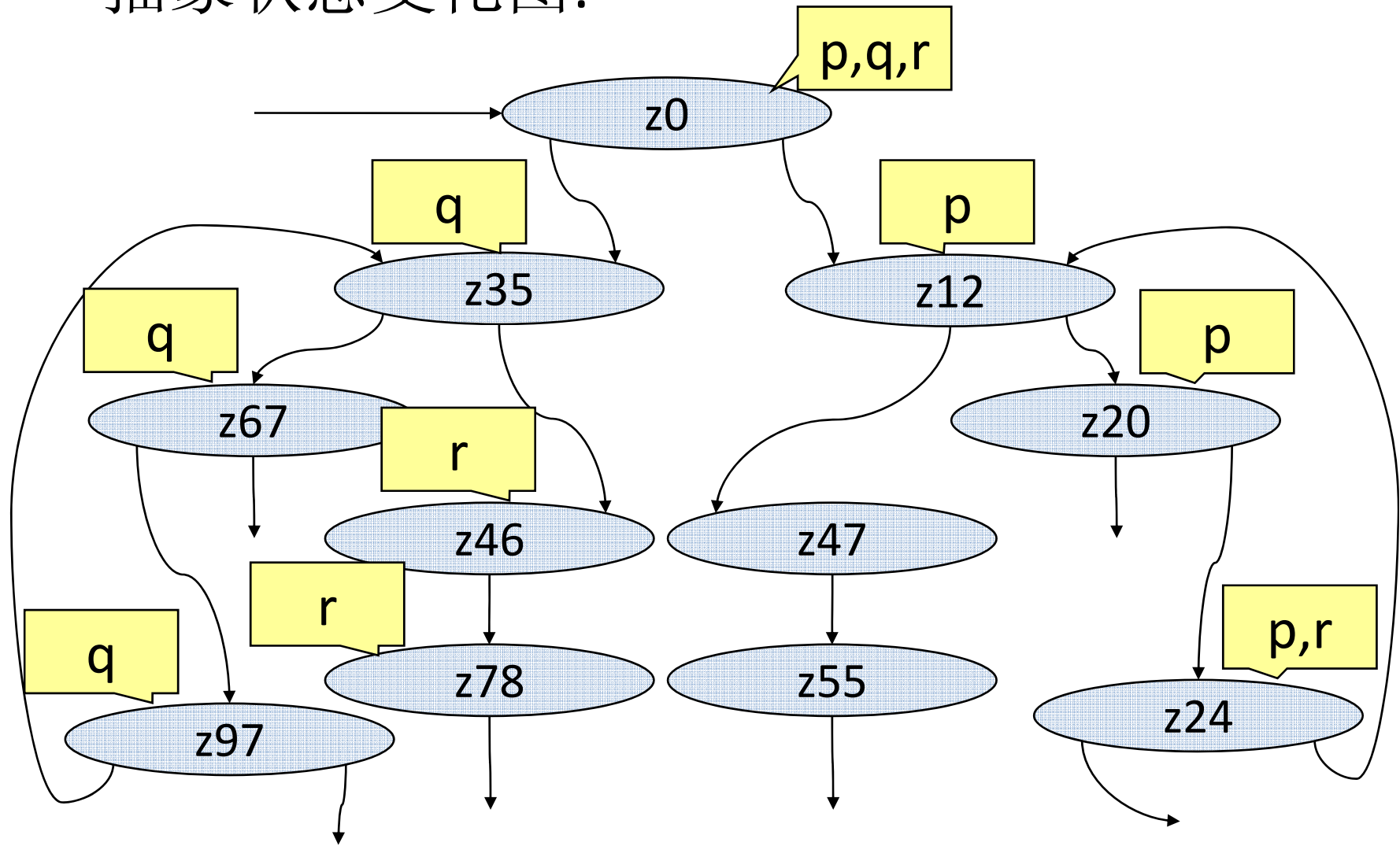
- 状态变化图:



- 抽象状态变化图:



- 抽象状态变化图:



$p: a=s0$     $q: b=t0$     $r: t=0$     $s: a=s0 \wedge b=t0$

# 标号Kripke模型

- 系统状态
- 状态变化
- 初始状态
- 状态信息

抽象状态

二元组

状态集合

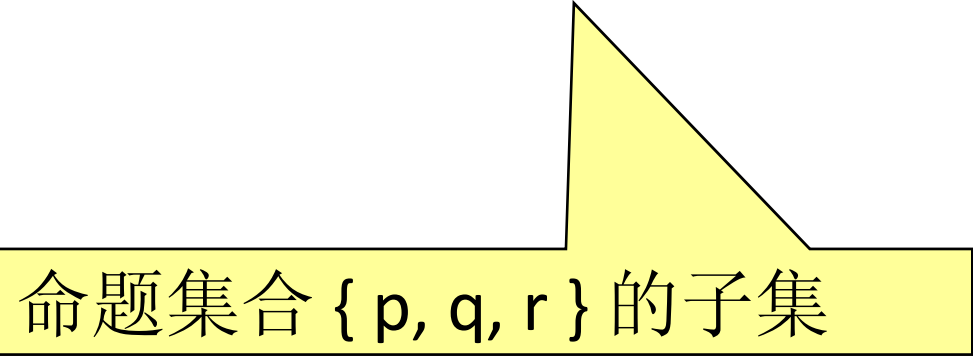
命题



标号Kripke模型

# 标号Kripke模型：例子

- 状态集合：  $\{ z_0, z_1, z_2, z_3, \dots \}$
- 迁移关系：  $\{ (z_0, z_3), (z_0, z_1), \dots \}$
- 初始状态集：  $\{ z_0 \}$
- 标号函数：  $L: L(z_0)=\{p, q, r\}, L(z_1)=\{p\}, \dots$



命题集合  $\{ p, q, r \}$  的子集

# 标号Kripke模型：命题

定义命题：

$p_0 \equiv (x = 0)$	$p_1 \equiv (x = 1)$
$p_2 \equiv (y = 0)$	$p_3 \equiv (y = 1)$
$p_4 \equiv (t = 0)$	$p_5 \equiv (t = 1)$
$p_{6+i} \equiv (a = s_i)$	$p_{10+i} \equiv (b = t_i)$

$$i \in \{0, 1, 2, 3\}$$

# 标号Kripke模型： 标号函数

可达状态的标号:

$L(z_0) = \{p_6, p_{10}, p_0, p_2, p_4\}$	$L(z_{35}) = \{p_7, p_{10}, p_0, p_3, p_5\}$
$L(z_{12}) = \{p_6, p_{11}, p_1, p_2, p_4\}$	$L(z_{67}) = \{p_8, p_{10}, p_0, p_3, p_5\}$
$L(z_{47}) = \{p_7, p_{11}, p_1, p_3, p_5\}$	$L(z_{46}) = \{p_7, p_{11}, p_1, p_3, p_4\}$
$L(z_{20}) = \{p_6, p_{12}, p_1, p_2, p_4\}$	$L(z_{97}) = \{p_9, p_{10}, p_0, p_2, p_5\}$
$L(z_{78}) = \{p_8, p_{11}, p_1, p_3, p_4\}$	$L(z_{55}) = \{p_7, p_{12}, p_1, p_3, p_5\}$
$L(z_{24}) = \{p_6, p_{13}, p_1, p_2, p_5\}$	$L(z_{108}) = \{p_9, p_{11}, p_1, p_2, p_4\}$
$L(z_{59}) = \{p_7, p_{13}, p_0, p_3, p_5\}$	$L(z_{116}) = \{p_9, p_{12}, p_1, p_2, p_4\}$
$L(z_{91}) = \{p_8, p_{13}, p_0, p_3, p_5\}$	$L(z_{120}) = \{p_9, p_{13}, p_0, p_2, p_4\}$
$L(z_{121}) = \{p_9, p_{13}, p_0, p_2, p_5\}$	

状态的标号:  $L(z_i) = \{p_{x(i)}, p_{2+y(i)}, p_{4+t(i)}, p_{6+a(i)}, p_{10+b(i)}\}$

# 标号Kripke模型：安全性质

系统的互斥性质表示为安全性质

$$\neg(p_8 \wedge p_{12})$$

# 标号Kripke模型： 响应性质

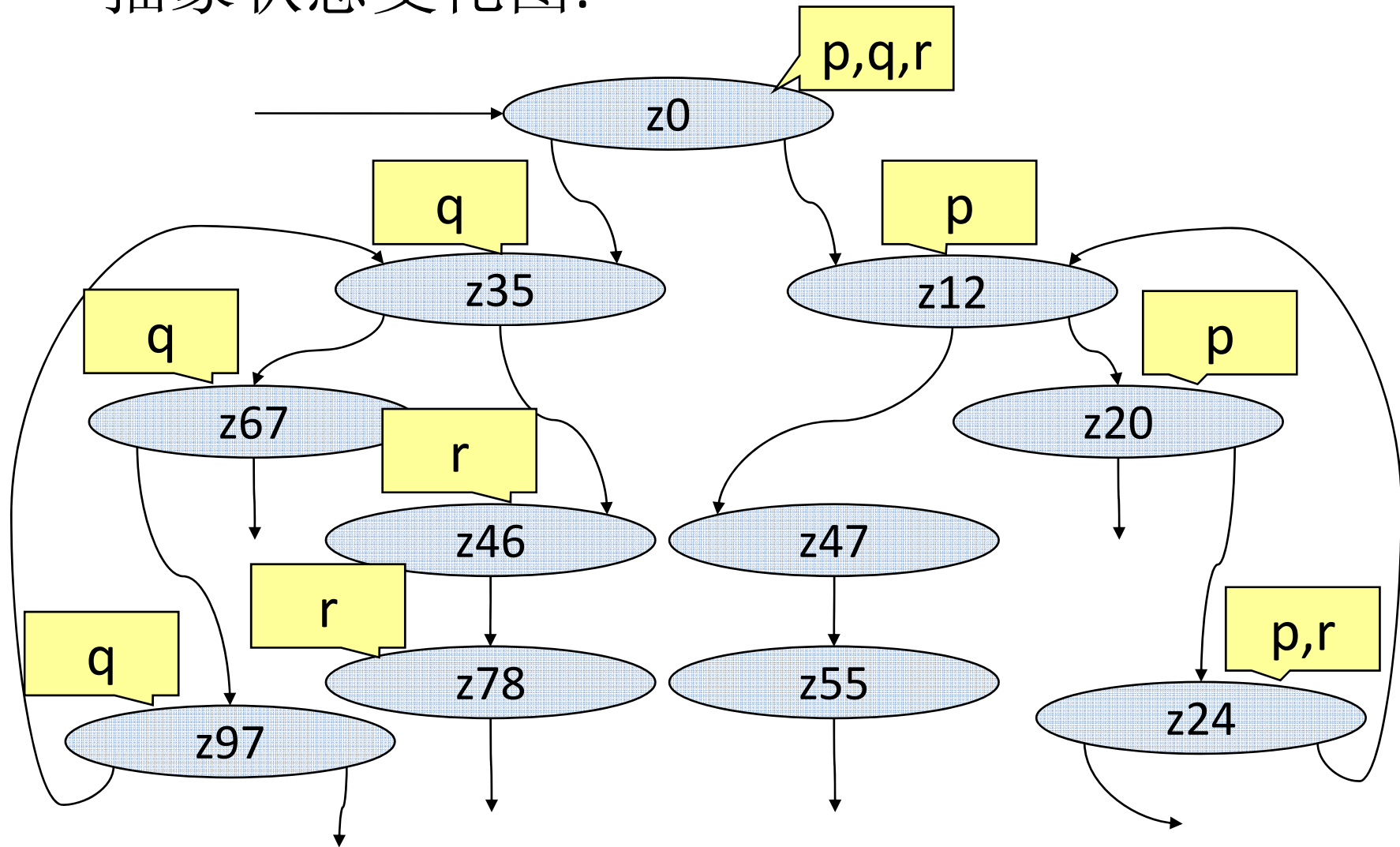
系统具备的部分性质包括响应性质(不满足)

$p_8$

$p_{12}$

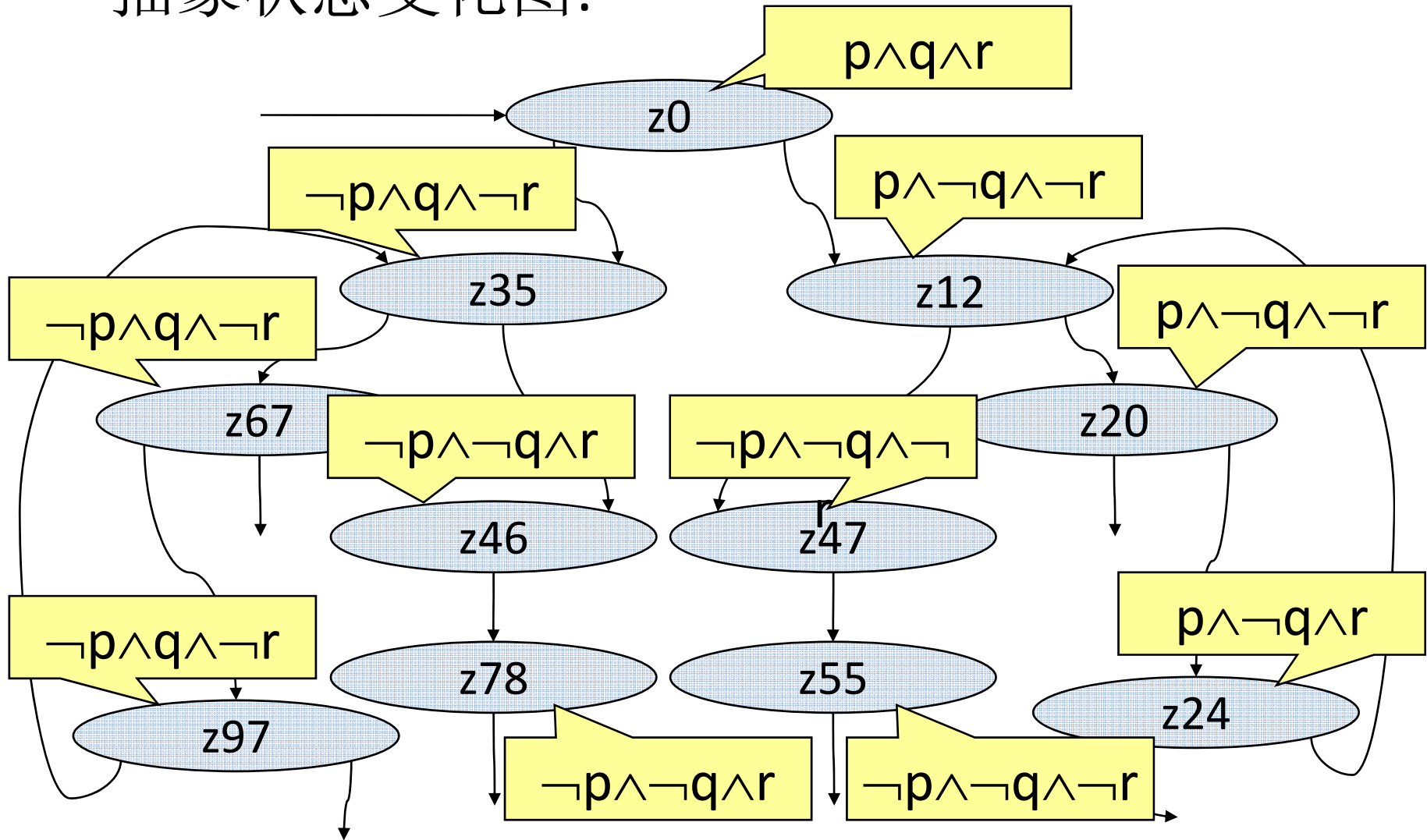
# 扩展标号Kripke模型

- 抽象状态变化图:



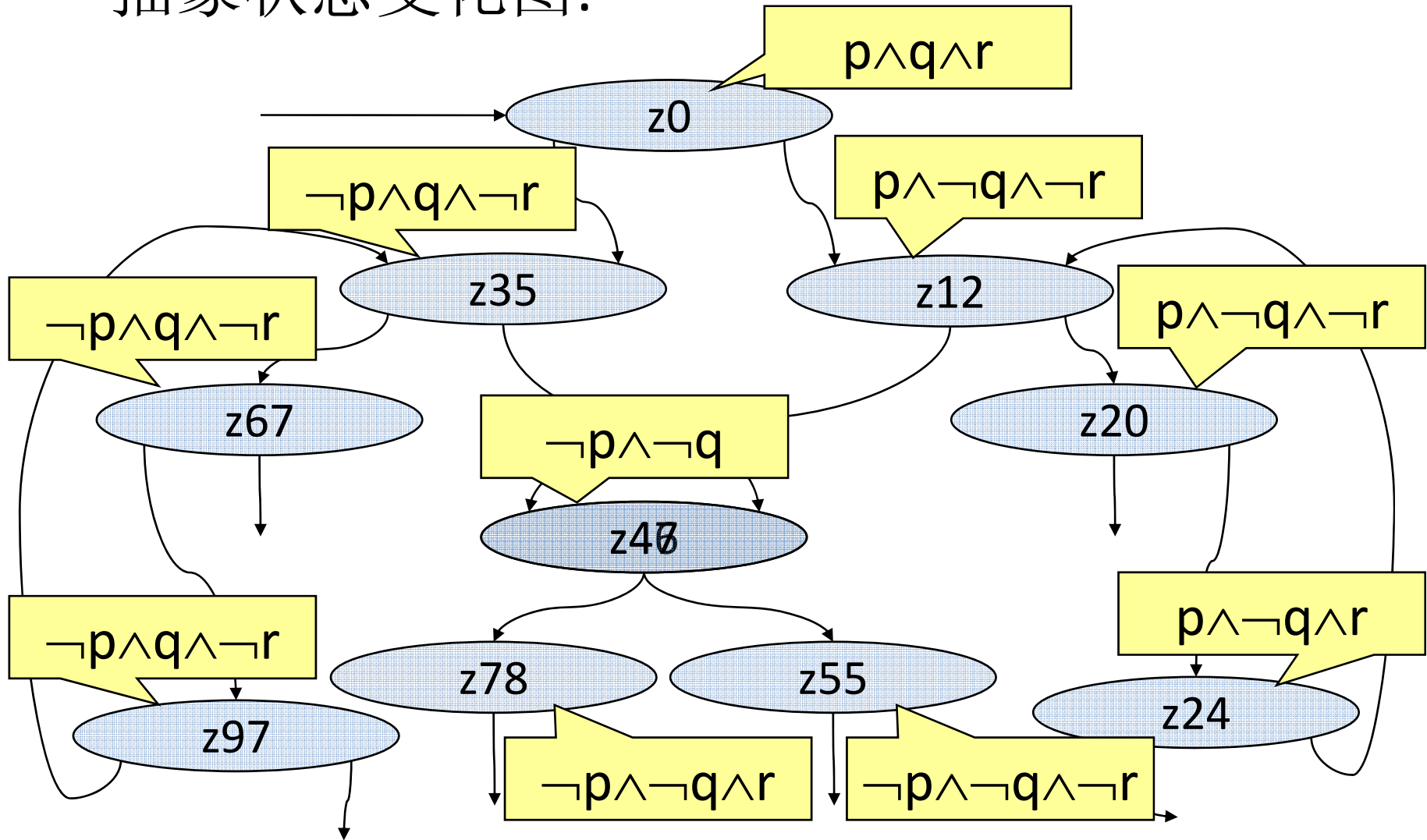
$p: a=s0$     $q: b=t0$     $r: t=0$     $s: a=s0 \wedge b=t0$

- 抽象状态变化图:



$p: a=s0$     $q: b=t0$     $r: t=0$     $s: a=s0 \wedge b=t0$

- 抽象状态变化图:



$p: a=s0 \quad q: b=t0 \quad r: t=0 \quad s: a=s0 \wedge b=t0$

# 扩展标号Kripke模型

- 系统状态
  - 状态变化
  - 初始状态
  - 状态信息
- 抽象状态  
二元组  
状态集合  
公式



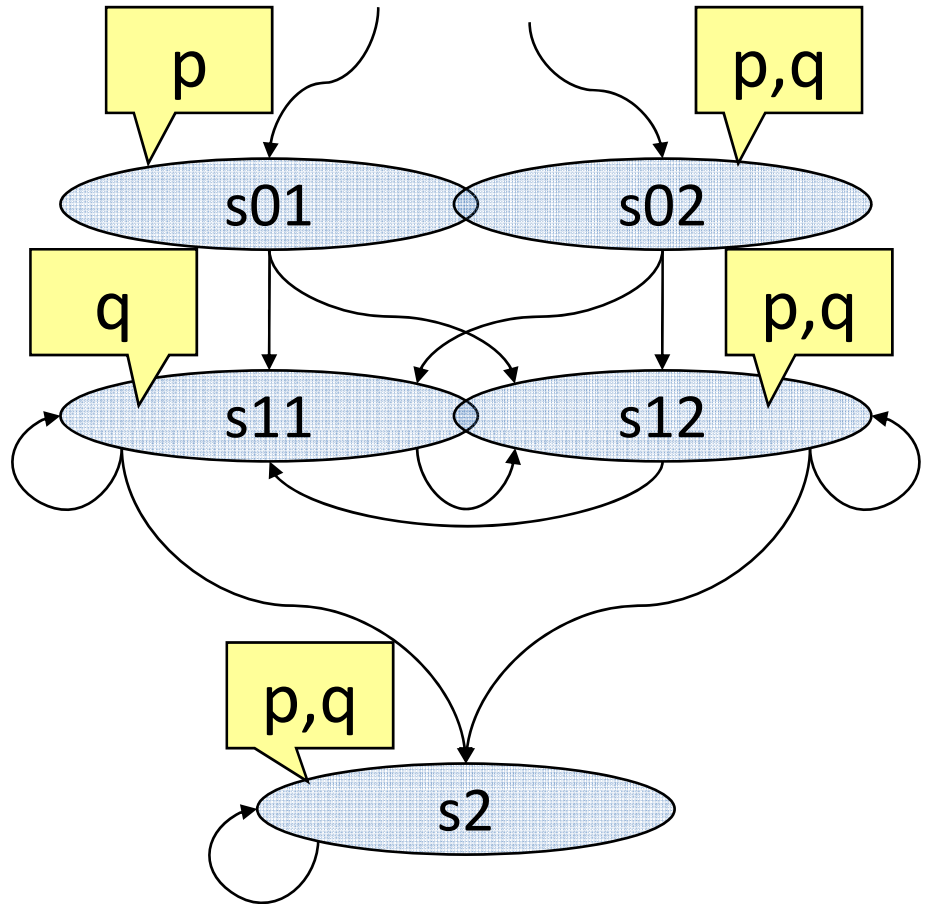
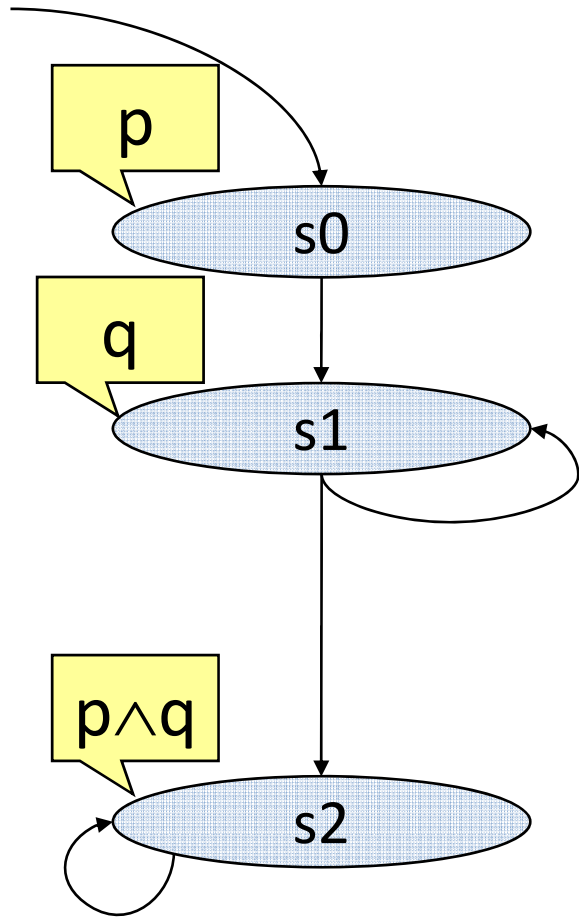
扩展标号Kripke模型

# 扩展标号Kripke模型：例子

- 状态集合：  $\{ z_0, z_1, z_2, z_3, \dots \}$
- 迁移关系：  $\{ (z_0, z_{35}), (z_0, z_{12}), \dots \}$
- 初始状态集：  $\{ z_0 \}$
- 标号函数：  $L: L(z_0) = p \wedge q \wedge r, \dots$

命题公式

# 扩展标号Kripke模型：例2

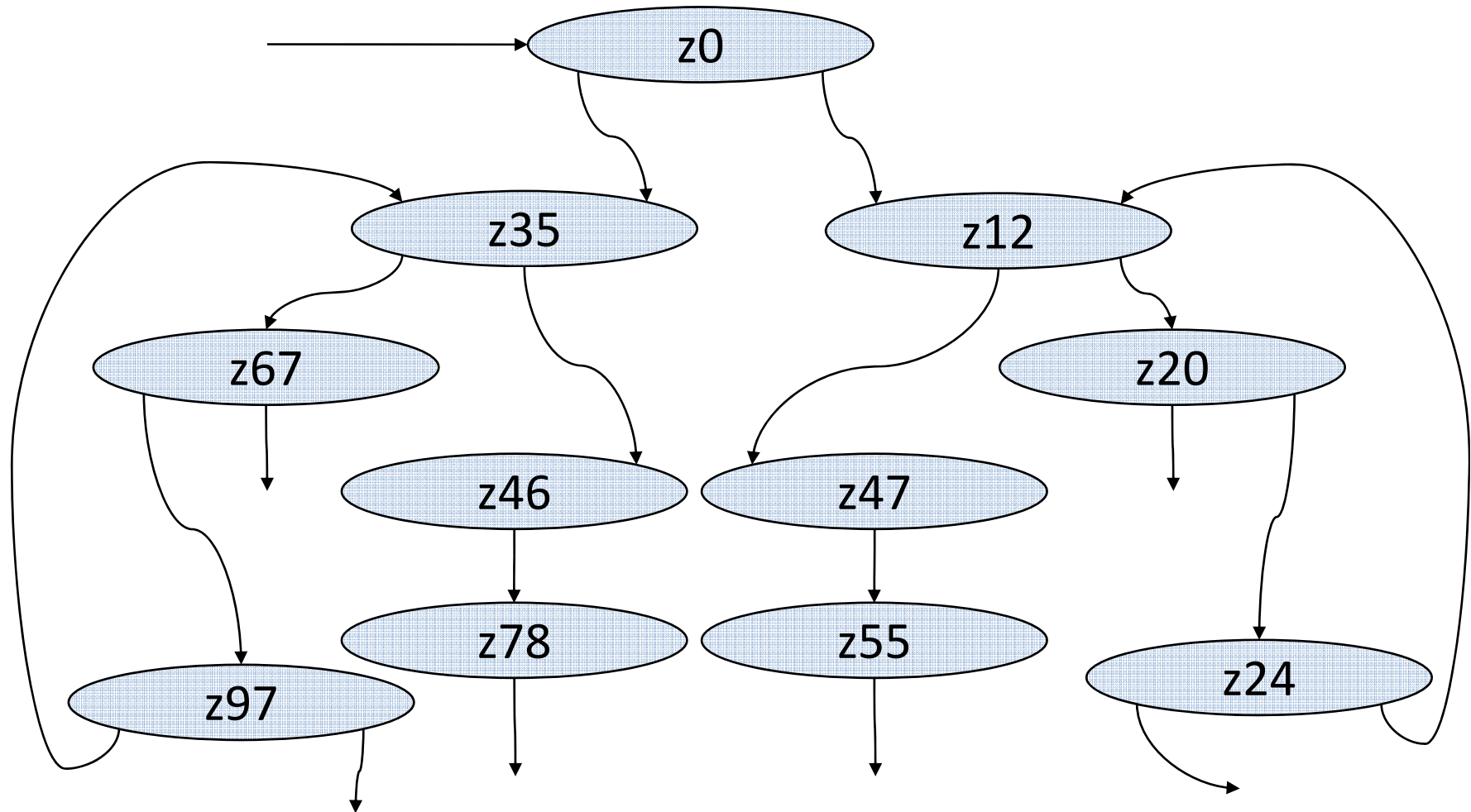


## 扩展标号Kripke模型：例2

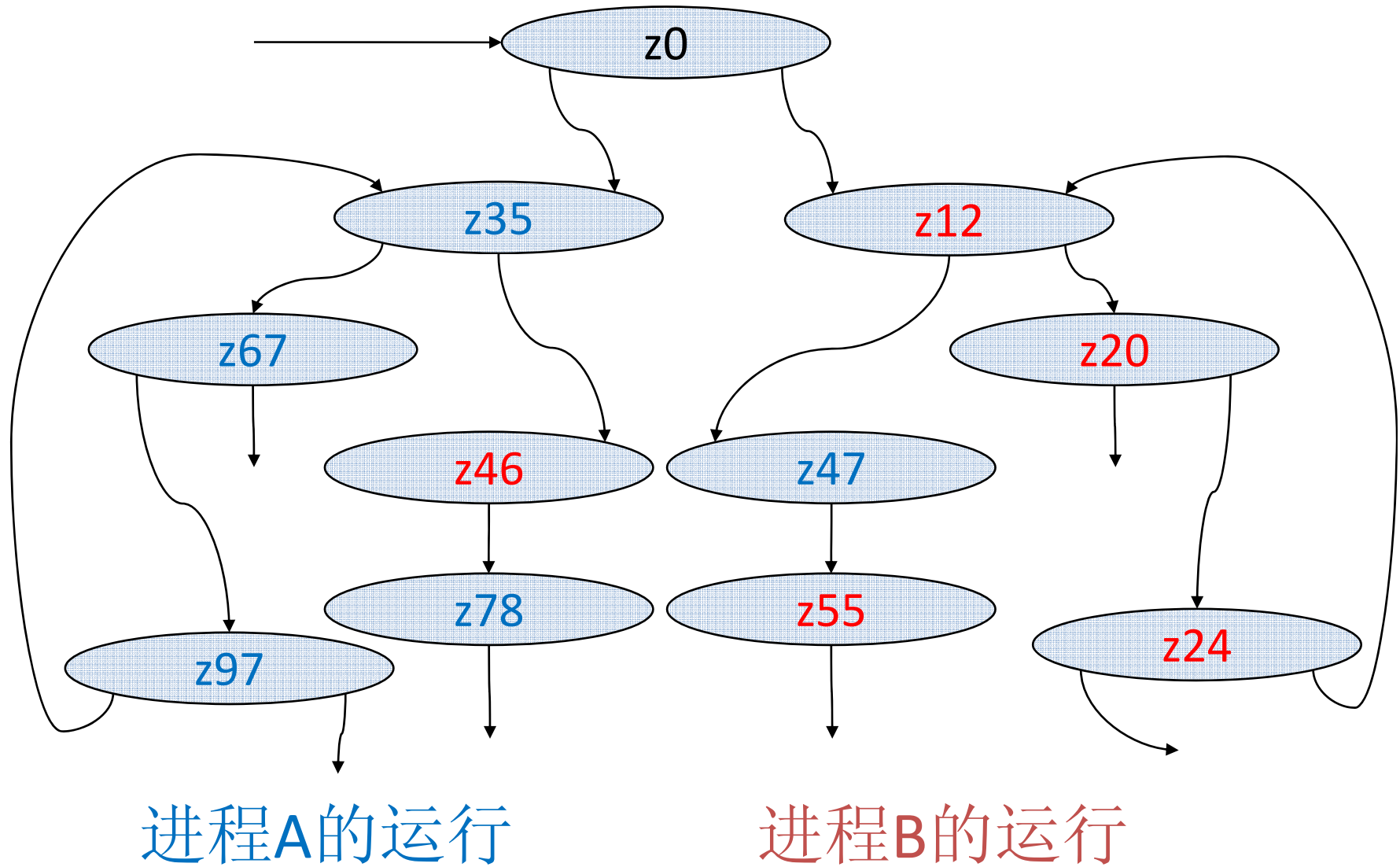
- 状态集合： $\{ s_0, s_1, s_2 \}$
- 迁移关系： $\{ (s_0, s_1), (s_1, s_1), (s_1, s_2), (s_2, s_2) \}$
- 初始状态集： $\{ s_0 \}$
- 标号函数： $L: L(s_0)=p, L(s_1)=q, L(s_2)=p \wedge q$

# 公平Kripke模型

- 抽象状态变化图:



- 抽象状态变化图:



# 公平Kripke 模型

- 系统状态                      抽象状态
- 状态变化                      二元组
- 初始状态                      状态集合
- 公平性约束                    状态集合的集合



公平Kripke 模型

# 公平Kripke 模型：例子

- 状态集合：  $\{ z_0, z_1, z_2, z_3, \dots \}$
- 迁移关系：  $\{ (z_0, z_{35}), (z_0, z_{12}), \dots \}$
- 初始状态集：  $\{ z_0 \}$
- 公平性约束：  $\{ \{z_{35}, z_{67}, \dots \}, \{z_{12}, z_{20}, \dots \} \}$

# Kripke模型：安全性质

系统的互斥性质表示为安全性质

$$A = \{z_i \mid \frac{i}{32} \neq 2\} \cup \{z_i \mid \frac{i \% 32}{8} \neq 2\}$$

# Kripke模型：响应性质

系统具备的部分性质包括响应性质(不满足)

$$A = \{z_i \mid \frac{i}{32} = 2\}$$

$$B = \{z_i \mid \frac{i \% 32}{8} = 2\}$$